

УДК 534.838.7

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ КОАГУЛЯЦИИ ГАЗОДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ АКУСТИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Бийский технологический институт (филиал)

В.Н. Хмелёв, А.В. Шалунов, Р.Н. Голых, К.В. Шалунова

В статье рассматривается математическая модель процесса акустической коагуляции дисперсных частиц в газовых средах, учитывающая вязкость газообразной среды. По результатам теоретических расчетов получена зависимость скорости коагуляции для различных размеров дисперсных частиц от параметров акустического воздействия (уровня звукового давления, частоты). Полученные результаты показали высокую эффективность применения для коагуляции мелкодисперсных аэрозолей (до 5 мкм) акустических колебаний с частотами, лежащими в ультразвуковом диапазоне. Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы, г/к № П2518.

Необходимость искусственного разрушения различных газодисперсных систем, образующихся природным или техногенным путем (туманов, пылей, аэрозолей вредных и ядовитых веществ, взрывоопасных и радиоактивных аэрозолей), выросла в проблему мирового характера.

Одним из эффективных решений проблемы является коагуляция частиц акустическими колебаниями высокой интенсивности. Преимуществами акустической коагуляции являются: возможность осаждения наиболее опасных мелкодисперсных аэрозолей (менее 10 мкм); применимость в агрессивных газах, при высоких температурах и давлениях [1]. Необходимым условием коагуляции является обеспечение оптимальных (по частоте и уровню звукового давления) параметров акустического воздействия. Для их выявления необходимо исследовать процесс при различных частотах воздействия и уровнях звукового давления. Ввиду сложности проведения натурального эксперимента возникает необходимость в теоретическом исследовании процесса коагуляции под действием акустических колебаний различных частот и уровней звукового давления.

Для проведения теоретического анализа необходимо построить модель, описывающую процесс коагуляции под действием акустических колебаний в газовой среде, учитывающую свойства двухфазной среды – плотность и давление несущей (газовой) фазы,

плотность и дисперсный состав аэрозоля.

Моделирование процесса акустической коагуляции на макроскопическом уровне рассматривалось ранее в работе [2]. Построенная модель основывалась на системе уравнений Смолуховского, описывающей кинетику процесса коагуляции. Однако при нахождении компоненты вероятности парного столкновения частиц определенных размеров, обусловленной их взаимодействием, авторами принималось допущение об отсутствии вязкости газа. Поскольку известно, что при осаждении мелкодисперсных частиц возникают трудности с применением известных способов, наибольший интерес представляет акустическая коагуляция мелкодисперсных аэрозолей с размерами частиц до 10 мкм. Однако, при таких размерах частиц, вязкость газа оказывается очень существенной в силу малости числа Рейнольдса. В связи с этим, для определения новой вероятности столкновения, возникает необходимость анализа взаимодействия частиц в газе с учётом его вязкости.

Наиболее известным и подтверждённым экспериментально является рассмотренный в работе [2] подход к построению модели процесса акустической коагуляции на макроскопическом уровне, при котором кинетика коагуляции описывается уравнением Смолуховского:

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} \beta_{i,k-i} n_i n_{k-i} - n_k \sum_{i=1}^{\infty} \beta_{i,k} n_i,$$

где  $n_k$  – концентрация  $k$ -мер в каждый момент времени,  $\beta_{i,k}$  – ядро коагуляции, характеризующее интенсивность столкновения  $i$ -мер и  $k$ -мер.

Для вычисления вероятности столкновения частиц во внимание принимались два механизма: ортокинетического и гидродинамического взаимодействия частиц. Результирующее ядро коагуляции можно приближённо представить в виде суммы этих двух компонент [2]. Имеется ряд работ, посвящённых анализу методик определения компонент ядра коагуляции [2,3,4].

Для нахождения ортокинетической компоненты, обусловленной различной степенью увлечения частиц разных размеров в акустическом поле, используется уравнение Бассета-Буссинеска-Осеена, описывающее движение частицы в нестационарном потоке вязкой жидкости.

Компонента, обусловленная гидродинамическим взаимодействием частиц, определялась следующим образом:

$$\beta_{Hi,j} = \frac{(a_i + a_j)^2}{3\mu} \left( \frac{1}{a_i} + \frac{1}{a_j} \right) \int_0^\pi h(f_{21}) f_{21} \sin \theta d\theta \cdot$$

где  $h(f_{21})=1$ , если  $f_{21} \geq 0$ , и  $h(f_{21})=0$ , если  $f_{21} < 0$ ,  $f_{21}$  – сила взаимодействия частиц, которая определяется по формуле Кёнига для силы взаимодействия между сферами, помещёнными в идеальную несжимаемую жидкость [1],  $\beta_{Hi,j}$  – компонента вероятности столкновения  $i$ -мер и  $j$ -мер, обусловленная взаимодействием частиц,  $a_i$  – радиус  $i$ -меры,  $a_j$  – радиус  $j$ -меры,  $\mu$  – динамическая вязкость несущей (газовой) фазы,  $\theta$  – угол между линией центров двух взаимодействующих частиц и волновым вектором акустического поля.

При малых числах Рейнольдса можно принять допущение о стоксовом режиме обтекания. На больших расстояниях от частиц, скорость набегающего потока жидкости, обусловленная акустическим воздействием

$$U_i = U_{i0}(t) + \sum_{j=1}^3 E_{ij}(t) x_j$$

Причём при построении модели исполь-

зован подход, аналогичный подходу, рассмотренному в работе [5], в которой построена модель процесса коагуляции двух частиц в звуковой волне в идеальной, как сжимаемой, так и несжимаемой среде (жидкости или газе). Необходимо отметить, что в изначальном виде модель [5] также не пригодна для рассмотрения процесса коагуляции мелкодисперсных аэрозолей (до 10 мкм), так как предполагает отсутствие вязкости несущей (газовой или жидкой) фазы.

Рассмотрим парные частицы А и В, скорости которых есть  $V_A$  и  $V_B$  соответственно. Скорость движения в каждой точке среды можно представить в виде  $V = u + U$ , где  $U$  – скорость на бесконечности. Давление в каждой точке среды можно представить в виде  $P = p + p_0$ , где  $p_0$  – давление на бесконечности. Можно показать, что для возмущений скорости и давления среды при расстоянии между частицами много меньше длины волны применимы все рассуждения, проводимые для несжимаемой среды. На больших расстояниях от частиц  $p$  и  $u$  стремятся к нулю.

Возмущения скорости и давления  $p$  и  $u$  соответственно удовлетворяют уравнениям Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости, причём возмущение давления удовлетворяет уравнению Лапласа. В граничных условиях учитывается скорость движения частиц и линейная зависимость скорости от координаты набегающего потока жидкости. Для решения уравнений Лапласа для давления и сохранения импульса в дифференциальной форме использовались мультипольные разложения скорости  $u_i$  (её  $i$ -я компонента) и давления  $p$ :

$$\begin{aligned} p(r) = & \sum_{i=1}^3 H_i^A \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{X_A} \right) + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 H_{ij}^A \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left( \frac{1}{X_A} \right) + \dots + \\ & + \sum_{i=1}^3 H_i^B \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{X_B} \right) + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 H_{ij}^B \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left( \frac{1}{X_B} \right) + \dots \\ \eta_{ui}(r) = & -\frac{2}{3} H_i^A \frac{1}{X_A} - \frac{3}{5} \sum_{j=1}^3 H_{ij}^A \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{X_A} \right) - \dots - \\ & - X_A^2 \left( \frac{1}{6} \sum_{j=1}^3 H_j^A L_{ij}^A(r) + \frac{1}{10} \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 H_{jk}^A L_{ijk}^A(r) + \dots \right) - \\ & - \frac{2}{3} H_i^B \frac{1}{X_B} - \frac{3}{5} \sum_{j=1}^3 H_{ij}^B \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{X_B} \right) - \dots - \end{aligned}$$

$$-X_B^2 \left( \frac{1}{6} \sum_{j=1}^3 N_j^B L_{ij}^B(r) + \frac{1}{10} \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 N_{jk}^B L_{ijk}^B(r) + \dots \right);$$

$$L_{ij..k}^A(r) = \frac{\partial}{\partial X_i} \left( \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \dots \frac{\partial}{\partial X_k} \left( \frac{1}{X_A} \right) \right) \right);$$

$$L_{ij..k}^B(r) = \frac{\partial}{\partial X_i} \left( \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \dots \frac{\partial}{\partial X_k} \left( \frac{1}{X_B} \right) \right) \right),$$

где  $X_A$  и  $X_B$  – координаты точки среды относительно центров частиц А и В соответственно;  $N_i^A, N_{ij}^A, \dots, N_i^B, N_{ij}^B, \dots$  – произвольные постоянные, которые определяются из граничных условий.

Для нахождения коэффициентов разложений скорости и давления среды линейризованные по координатам относительно центров частиц выражения для скорости и давления подставлялись в граничные условия, и получившаяся система линейных уравнений решалась относительно коэффициентов.

Силы взаимодействия между частицами определялись на основе полученных выражений для скорости и давления среды в зависимости от скорости набегающего потока

газа в каждый момент времени. После нахождения сил взаимодействия расчет модифицированной вероятности столкновения производился по формуле, предложенной в работе [2], но с подстановкой в нее найденных значений сил. С использованием модифицированного ядра коагуляции система уравнений Смолуховского решалась с помощью численного интегрирования методом Рунге-Кутты.

Выявленный характер влияния уровня звукового давления на процесс коагуляции представлен на рис. 1. На рис. 1а приведены зависимости концентрации от времени УЗ воздействия (частота колебаний 25 кГц) при различных уровнях звукового давления для аэрозоля с радиусом частиц 5 мкм и начальной концентрацией  $10^{12} \text{ м}^{-3}$ . На рис. 1б показаны зависимости отношения концентрации аэрозольных частиц к начальной  $n/n_0$  от уровня звукового давления, определяющие эффективность процесса коагуляции (частота колебаний 20 кГц, время – 15 с с момента начала процесса, радиус частиц – 3 мкм).

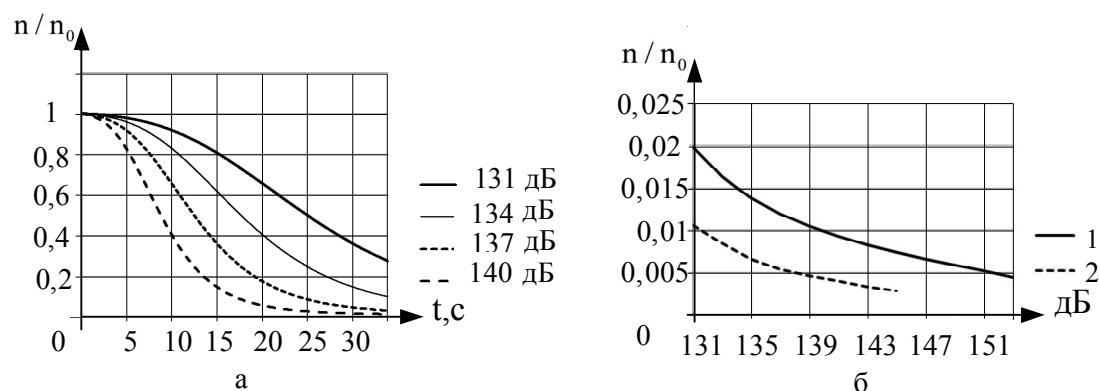


Рис. 1. Зависимости концентрации: а – от времени при различных уровнях звукового давления; б – от уровня звукового давления в момент времени 15 с: концентрации  $3 \cdot 10^{11} \text{ м}^{-3}$  (график 1) и  $9 \cdot 10^{11} \text{ м}^{-3}$  (график 2)

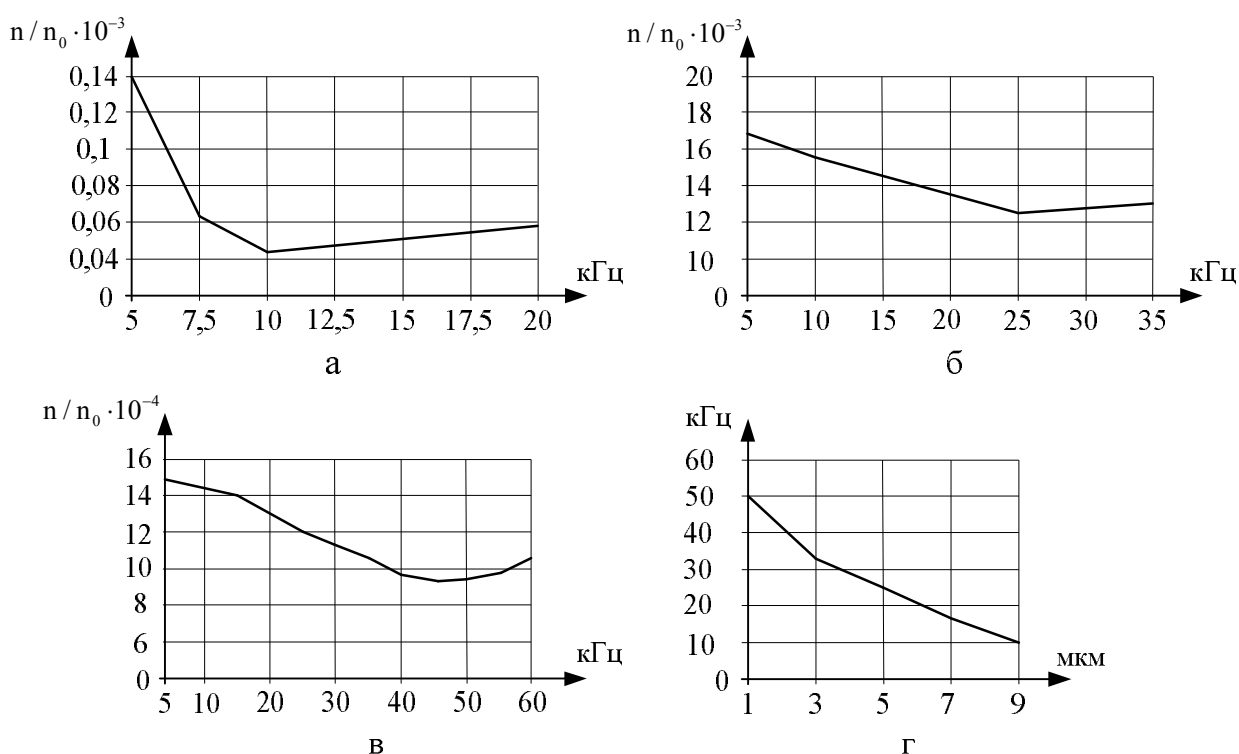


Рис. 2. Зависимости отношения концентрации к начальной  $n/n_0$  от частоты для аэрозолей с различными размерами частиц: а – 9 мкм; б – 5 мкм; в – 1 мкм; г – общая зависимость оптимальной частоты от радиуса частиц

Результаты расчётов подтверждают рост скорости коагуляции при увеличении уровня звукового давления УЗ излучения. Так, повышение уровня звукового давления от 130 до 140 дБ позволяет существенно сократить время коагуляции более чем в 3 раза. Кроме того, зависимости на рис. 1б подтверждают факт, что коагуляция аэрозолей под действием акустических колебаний происходит более интенсивно при высоких концентрациях аэрозоля.

На следующем рисунке приведены зависимости эффективности коагуляции от частоты для аэрозолей с различными размерами частиц при средней концентрации  $6 \cdot 10^{11} \text{ м}^{-3}$ . Расчёты проводились при постоянном уровне звукового давления 133 дБ. Эффективность коагуляции определялась как значение отношения концентрации частиц  $n$  через 30 с с момента начала процесса к начальной  $n_0$ .

Обобщение представленных зависимостей позволяет сделать вывод о возрастании оптимальной частоты с увеличением дисперсности аэрозоля. Из рис. 2 а следует, что оптимальная частота (10 кГц) для аэрозоля с

начальными размерами частиц порядка 10 мкм лежит ниже границы ультразвукового диапазона, в то время как аэрозоли с размерами частиц 5 мкм и менее наиболее эффективно коагулируются в ультразвуковом диапазоне частот (рис. 2 б, в)

Проведённые теоретические расчеты позволили установить, что оптимальная частота коагуляции для аэрозолей с размерами частиц 5 мкм и менее лежит в области ультразвуковых частот и возрастает с увеличением дисперсности аэрозолей. При размерах аэрозольных частиц 9 мкм и более оптимальная частота лежит в пределах слышимого диапазона (рис. 2а). Однако как показывает зависимость, приведённая на рис. 2а, применение частот акустических колебаний, от 15 до 20 кГц и выше, вызывает незначительную потерю эффективности коагуляции.

Таким образом, оптимальные частоты акустического воздействия для реализации процесса коагуляции лежат в области ультразвуковых частот, т.к. в этом случае обеспечивается высокая эффективность коагуляции мелкодисперсных аэрозолей (менее

5 мкм) при незначительном снижении эффективности грубодисперсных аэрозолей (10 мкм и более).

При этом желательно обеспечивать как можно более высокий уровень звукового давления. Полученные зависимости могут быть использованы при проектировании акустических излучателей (определении рабочей частоты) для УЗ коагуляции аэрозолей.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Розенберг, Л.Д. Физические основы ультразвуковой технологии [Текст] / Л. Д. Розенберг – М.: Наука, 1970.

2. Sheng, C. D. Modelling Acoustic Agglomeration Processes Using Direct Simulation Monte Carlo Method [Text] / C.D. Sheng, X.L. Shen – J. Aerosol Sci. 37: 16–36, 2006. (in English)

1. Hoffmann, T.L. An Extended Kernel for Acoustic Agglomeration Simulation Based on the Acoustic Wake Effect [Text] / T. L. Hoffmann – J. Aerosol Sci. 28:919–936, 1997. (in English)

2. Song, L. Modelling of Acoustic Agglomeration of Fine Aerosol Particles [Text] / L. Song – Ph. D Thesis, The Pennsylvania State University, 1990. (in English)

3. Борискина, И.П. Влияние гидродинамического взаимодействия на движение частиц в идеальной жидкости [Текст] / И. П. Борискина, С. И. Мартынов // Труды СВМО. – 2003.

4. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика,

Том VI. Гидродинамика [Текст] / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц – М.: Наука, 1986. – 736 с.

Ключевые слова: коагуляция, газодисперсные системы, акустическое воздействие.

Сведения об авторах:

Хмельёв Владимир Николаевич, профессор, доктор технических наук, заместитель директора по научной работе Бийского технологического института (филиала) государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова».

Шалунов Андрей Викторович, кандидат технических наук, доцент кафедры методов и средств измерений и автоматизации Бийского технологического института (филиала) государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова».

Гольх Роман Николаевич, студент специальности «информационные системы и технологии» Бийского технологического института (филиала) государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова».

Шалунова Ксения Викторовна, аспирант кафедры методов и средств измерений и автоматизации Бийского технологического института (филиала) государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова».

e-mail: vnh@bti.secna.ru.

Адрес: Алтайский край, г. Бийск,  
ул. Чайковского, 79.