

01.01.02

**Р.Н. Голых к.т.н., В.Н. Хмелёв д.т.н., А.В. Шалунов д.т.н.,
Р.С. Доровских, В.А. Шакура, Е.В. Ильченко**

Бийский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО «Алтайский государственный
технический университет им. И.И. Ползунова»,
г. Бийск, grn@bti.secna.ru

**КОЛЕБАНИЯ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА В АНИЗОТРОПНОЙ ВЫСОКОВЯЗКОЙ
ЖИДКОСТИ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ
ПОЛЕЙ**

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта
№ 16-08-01298 а

В статье предложена физико-математическая модель колебаний пузырька в анизотропной высоковязкой жидкости. Модель основана на спектральном разложении тензора вязких напряжений по компонентам, характеризующим реологические свойства жидкости при сдвиге в разных направлениях. Анализ модели позволил выявить формы газового пузырька при различных параметрах акустического поля и реологических характеристиках жидкости.

Ключевые слова: анизотропия, вязкость, ультразвук, газовая полость.

Введение

Проблема моделирования колебаний газового пузырька в жидкости под воздействием акустических полей актуальна, в первую очередь, в областях ультразвуковой кавитационной обработки сред для выявления оптимальных режимов воздействия, процессах химических технологий с течениями пузырьковых сред и в материаловедении для анализа образования нежелательных газовых включений, снижающих прочность материалов.

На сегодняшний день наиболее полно исследована динамика газовой полости в изотропных жидкостях, т.е. вязкость которых не зависит от направления скорости сдвига [1–2]. Это вызвано тем, что модели газового пузырька в таких жидкостях являются наиболее простыми ввиду сферичности формы полости. Сферичность пузырька даёт возможность свести задачу к обыкновенному дифференциальному уравнению (ОДУ) относительно скалярной функции – радиуса пузырька от времени.

Однако для случая анизотропных жидкостей модели колебаний газовой полости на сегодняшний день отсутствуют. Это обусловлено тем, что в таких жидкостях пузырёк нарушает сферическую форму из-за разности сил вязких напряжений, действующих вблизи каждого участка стенки газовой полости. Поэтому разработка физико-математической модели колебаний газового пузырька в жидкостях с зависимостью вязкости от направления скорости сдвига является актуальной задачей.

Для расчёта колебаний пузырька были рассмотрены общие уравнения течения анизотропной высоковязкой среды (1–3) с граничными условиями на поверхности пузырька (4–5) [3]. Эти уравнения наряду со скоростью и давлением жидкости дополнительно включают в себя вектор ориентации макромолекул **B**, который собственно и определяет зависимость вязкости от направления скорости сдвига.

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{v} \right] = \text{div} (-p \mathbf{I} + \mathbf{T}); \quad (1) \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{B} = \lambda \left(\mathbf{D} \mathbf{B} - \left(\sum_{m,n=1}^3 D_{mn} B_m B_n \right) \mathbf{B} \right); \quad (2)$$

$$\sum_{i,j,k,l=1}^3 \tau_{ijkl}(\mathbf{B}) \mathbf{e}_{ij} \left(\frac{\partial T_{ij}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) T_{ij} \right) + \mathbf{T} = \sum_{i,j,k,l=1}^3 \eta_{ijkl}(\mathbf{B}) \mathbf{e}_{ij} \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_l} + \frac{\partial v_l}{\partial x_k} \right); \quad (3)$$

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}; \quad (4)$$

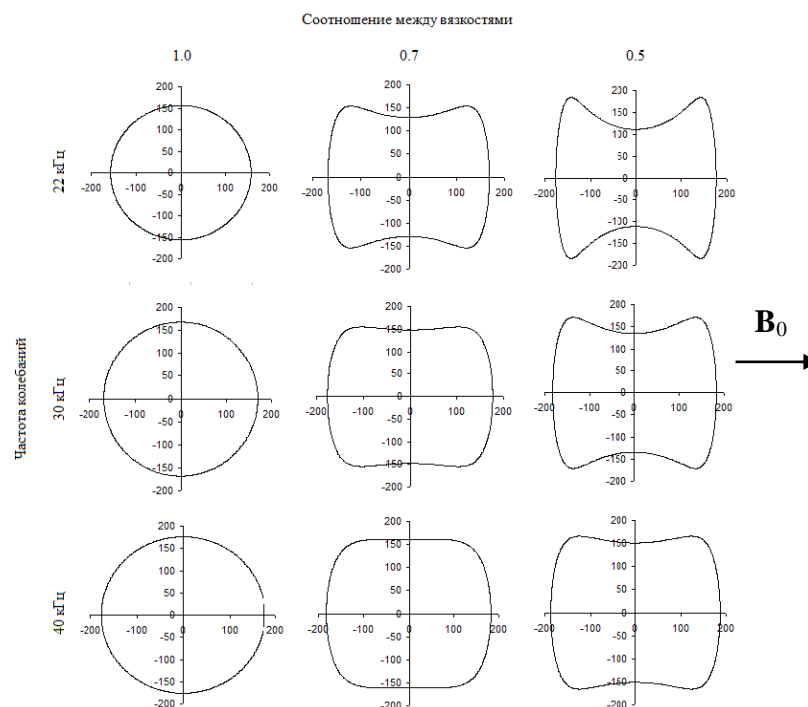
$$-\mathbf{T} \mathbf{n} + p \mathbf{n} = p_B \mathbf{n} - 2\sigma \mathbf{K} \mathbf{n}; \quad (5)$$

где \mathbf{v} – вектор скорости движения жидкости, м/с; ρ – плотность жидкости, кг/м³; p – давление в жидкости, Па; \mathbf{T} – тензор вязких напряжений в жидкости, Па; \mathbf{D} – тензор скоростей деформации, с⁻¹; \mathbf{V} – вектор ориентации макромолекул; p_B – давление газа внутри пузырька, Па; σ – поверхностное натяжение жидкости, Н/м; K – кривизна стенки пузырька, м⁻¹; \mathbf{r} – радиус-вектор точки стенки газового пузырька, м; \mathbf{n} – вектор внешней нормали к поверхности пузырька; η_{ijkl} – компонент тензора вязкости жидкости, Па·с; τ_{ijkl} – компонент тензора времен релаксации, с.

Поскольку конечно-элементное решение системы данных уравнений отличается значительной вычислительной трудоёмкостью, расчёт колебаний пузырька производился с помощью метода последовательных приближений формы стенок и характеристик течения жидкости по тензору вязкости η_{ijkl} , предложенного Голых Р.Н. и описанного в статье [3]. Кроме того, было дополнительно учтено, что согласно работам Голых Р.Н. [3] и Волкова В.С. [4] для большинства жидкостей тензор вязкости и тензор времен релаксации раскладывается на спектральные составляющие, пропорциональные вязкостям в продольном направлении (параллельном ориентации макромолекул, $\eta_{||}, \tau_{||}$) и в поперечном направлении (перпендикулярном ориентации макромолекул, $\eta_{\perp}, \tau_{\perp}$):

$$\eta_{ijkl} = \sum_{\alpha=1}^3 \eta_{\alpha} a_{ijkl}^{(\alpha)}; \tau_{ijkl} = \sum_{\alpha=1}^3 \tau_{\alpha} a_{ijkl}^{(\alpha)}; \eta_1 = \eta_2 = \eta_{\perp}; \eta_3 = \eta_{||}; \tau_1 = \tau_2 = \tau_{\perp}; \tau_3 = \tau_{||}. \quad (6)$$

На рисунке 1а представлены изменения формы газового пузырька при различных соотношениях между вязкостями жидкости в разных направлениях сдвига $\eta_{||}/\eta_{\perp}$ и частотах колебаний пузырька для случая, когда жидкость не обладает вязкоупругостью (тензор времен релаксации нулевой). Вязкость η_{\perp} во всех расчётах была фиксированной и составляла 0,3 Па·с. На рисунке 1б представлены изменения формы газового пузырька при различных соотношениях между вязкостями жидкости в разных направлениях $\eta_{||}/\eta_{\perp}$ и временах релаксации вязкости для вязкоупругих жидкостей. Соотношения между вязкостями составляли 1.0, 0.7 и 0.5. Как следует из закона Ван дер Ваальса, они соответствуют среднеквадратичным отклонениям углов вектора ориентации макромолекул 90°, 78° и 60° соответственно (при гауссовом распределении макромолекул по ориентациям и соотношении размеров макромолекулы, равном 2).



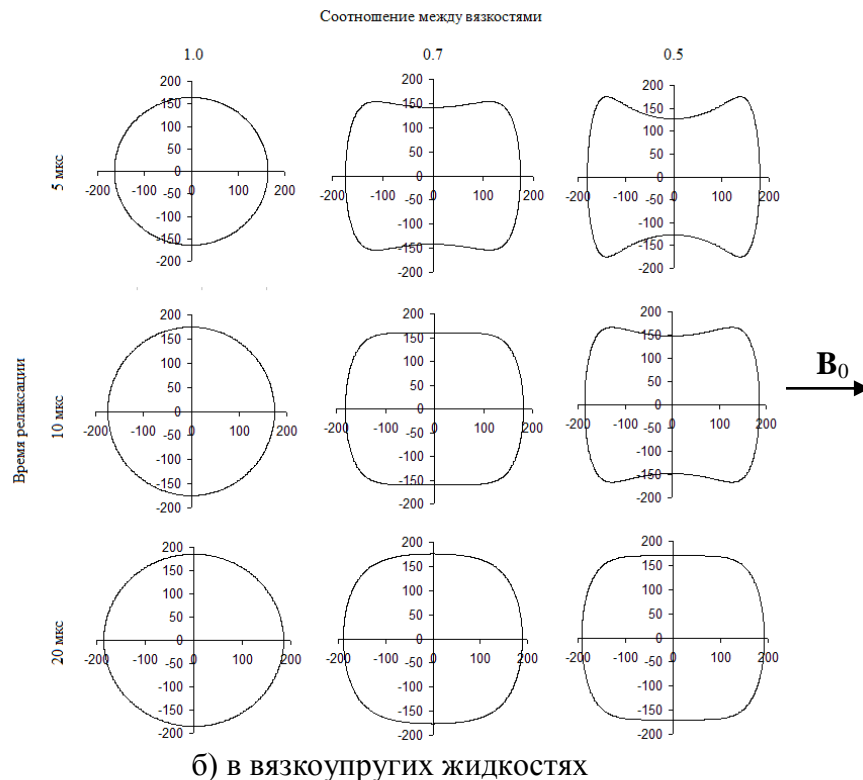


Рисунок 1 – Изменение формы газового пузырька при различных параметрах воздействия и реологических свойствах жидкости (\mathbf{V}_0 – вектор ориентации макромолекул)

Из анализа представленных рисунков следует, что увеличение соотношения между вязкостями в продольном и поперечном направлении приводит к усилению деформации кавитационного пузырька относительно сферической формы.

При этом кавитационный пузырёк имеет наибольшие размеры в продольном направлении, поскольку жидкость при сдвиге в данном направлении обладает наименьшей вязкостью.

Таким образом, в результате выполнения работы предложена физико-математическая модель, которая позволяет рассчитать форму газового пузырька в анизотропной высоковязкой жидкости в зависимости от параметров акустического поля и реологических свойств жидкости.

Список литературы

1. *Khmelev, V.N.* Determination of ultrasonic effect mode providing formation of cavitation area in high-viscous and non-newtonian liquids / V.N. Khmelev, R.N. Golykh, A.V. Shalunov, S.S. Khmelev, K.A. Karzakova // 15th International Conference of Young Specialists on Micro|Nanotechnologies and Electron Devices. EDM'2014: Conference Proceedings. – 2014. – P. 203–207.
2. *Brujan, E.A.* Bubble dynamics and cavitation in non-newtonian liquids / E.A. Brujan, P.R. Williams // *Reology reviews*. – 2005. – P. 147–172.
3. *Golykh, R.N.* Gaseous bubble oscillations in anisotropic non-Newtonian fluids under influence of high-frequency acoustic field / R.N. Golykh // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2016. – Vol. 722. – Conf. 1. – 8 p.
4. *Volkov, V.S.* Spectral theory of anisotropic fluids / V.S. Volkov // *Polymer Science Series A*. – 2010. – Vol. 52. – Issue 11. – P. 1105–1113.