

МЕТОД РАСЧЁТА СБЛИЖЕНИЯ ПУЗЫРЬКОВ ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ МЕХАНИЗМА УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ДЕГАЗАЦИИ ЖИДКОСТИ

Р.Н. Голых, С.Н. Цыганок, В.Н. Хмелёв, А.Р. Барсуков, В.А. Шакура, В.Д. Минаков
*Бийский технологический институт (филиал) Алтайского государственного технического университета им.
И.И. Ползунова, г. Бийск*

В жидкости, на которую воздействуют относительно интенсивные акустические колебания, уменьшается количество газа, как растворённого, так находящегося в виде пузырьков. Этот эффект находит применение в промышленной практике при дегазации расплавов металла и стекла, растворов смол, вискозы и масел, различного рода напитков и прочего. Кроме того, ультразвуковая дегазация является одной из причин ускорения электрохимических процессов в звуковом поле.

Один из наиболее очевидных механизмов ультразвуковой дегазации заключается в том, что под действием ультразвуковых колебаний происходит сближение кавитационных пузырьков, их коалесценция и в результате пузырьки всплывают быстрее.

Создана численная модель коалесценции пузырьков жидкости. Доказана единственность второй производной радиуса кавитационного пузырька по времени при её выражении через 0-е и 1-е производные радиуса с учётом сил Бьеркнеса при взаимодействии кавитационных пузырьков. Получен результат о сближении кавитационных пузырьков при синфазном колебании их стенок, что может объяснять процесс дегазации жидкостей как сближение пузырьков небольших размеров в более крупные и их дальнейшее всплывание.

При этом, как показали расчёты при увеличенных радиусах пузырька, сближение происходит в течение нескольких периодов колебаний, когда колебания пузырька являются малыми. Это объясняется тем, что уменьшается вторая производная радиуса кавитационного пузырька.

Ключевые слова: ультразвук, математическая модель, кавитация

ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на практическую значимость ультразвуковой дегазации жидкости (дегазация расплавов металла для повышения прочности, полимерного связующего и стекла, растворов смол, вискозы и масел, различного рода напитков и прочего; ускорение электрохимических процессов за счёт дегазации), не сегодняшний день отсутствуют теоретические модели для описания процесса, которые позволили бы выявить оптимальные режимы ультразвукового воздействия.

Актуальность разработки теоретических моделей усиливается тем, что в большинстве случаев реализация данного процесса проводится в случайных, неоптимальных условиях. Очевидно, что неоптимальность ультразвукового воздействия сказывается на производительности действующих установок и ограничивает более широкое внедрение данного способа дегазации.

Процесс ультразвуковой дегазации состоит из трёх стадий [1, 2, 3]:

1) Небольшие воздушные пузырьки, существующие в жидкости, растут за счёт диффузии в них растворённого газа. Поскольку такие пузырьки имеют малый размер и их поверхности находятся на достаточно далёком расстоянии друг от друга, то скорость сближения пузырьков оказывается малой по сравнению со скоростью их роста (увеличения радиуса).

2) Когда пузырьки вырастут до размеров порядка нескольких микрон, пары или группы мелких пузырьков сближаются и коалесцируют, образуя пузырьки больших размеров. Сближение пузырьков возникает под действием акустических потоков, радиационного давления, сил Бьеркнеса и Бернулли.

3) Выросшие пузырьки быстрее поднимаются к поверхности и покидают жидкость, так как увеличивается отношение силы Архимеда, пропорциональной кубу радиуса кавитационного пузырька, к силе Стокса, линейно пропорциональной радиусу.

Поэтому далее описана предложенная модель и методы численного анализа процесса сближения пузырьков в жидкости.

МОДЕЛЬ И МЕТОДЫ АНАЛИЗА ПРОЦЕССА СБЛИЖЕНИЯ ПУЗЫРЬКОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ

При сближении кавитационных пузырьков предполагается, что между ними действует сила Бьеркнеса [4]. С учётом силы Бьеркнеса движение ансамбля пузырьков описывается следующим уравнением:

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{\dot{R}_i}{c}\right) R_i \ddot{R}_i + \frac{3}{2} \dot{R}_i^2 \left(1 - \frac{\dot{R}_i}{3c}\right) = \\ & = \left(1 + \frac{\dot{R}_i}{c}\right) \frac{p_{wi} - p(\mathbf{r}_i, t)}{\rho_L} + \\ & + \frac{R_i}{\rho_L c} \frac{\partial}{\partial t} (p_{wi} - p(\mathbf{r}_i, t)) - \\ & - \sum_{j=1 \dots n, j \neq i} \frac{2R_j \dot{R}_j^2 + R_j^2 \ddot{R}_j}{d_{ij}}; \\ & p_{wi} = \left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_{0i}}\right) \left(\frac{R_{0i}}{R_i}\right)^{3\gamma} - \frac{2\sigma}{R_i} - \frac{4\eta \dot{R}_i}{R_i}; \end{aligned}$$

где p – давление, обусловленное акустическим воздействием, в точке \mathbf{r} ; γ – показатель адиабаты газовой фазы внутри пузырька; R_i – радиус i -го кавитационного пузырька; R_{0i} – начальный радиус i -го кавитационного пузырька; c – скорость звука в жидкости; σ – поверхностное натяжение жидкости; η – динамическая вязкость жидкости; \mathbf{r}_i – радиус-вектор центра i -го кавитационного пузырька; d_{ij} – расстояние между центрами i -го и j -го кавитационного пузырька.

Для координат центров кавитационных пузырьков выполняется кинетическое уравнение с учётом сил, обусловленных обтеканием со стороны жидкости и сил Бьеркнесса со стороны соседних пузырьков:

$$\begin{aligned} \frac{4\pi R_{0i}^3}{3} \rho_G \frac{\partial^2 \mathbf{r}_i}{\partial t^2} &= \sum_{j=1 \dots n, j \neq i} \frac{4\pi R_j^3}{3d_{ij}^3} \rho_L \frac{\partial}{\partial t} \left(R_j^2 \dot{R}_j \right) \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{d_{ij}} + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{4\pi R_i^3}{3} \rho_L \left(-\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial t} \right) \right) + 4\pi \eta R_i \left(-\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial t} \right) \end{aligned}$$

Для решения получившейся системы уравнений необходимо сделать следующие преобразования.

Вторые производные радиусов кавитационных пузырьков выражаются через радиусы вплоть до их первых производных следующим образом.

$$C_i = R_i \ddot{R}_i$$

$$\left(1 - \frac{\dot{R}_i}{c}\right) C_i + \frac{3}{2} \dot{R}_i^2 \left(1 - \frac{\dot{R}_i}{3c}\right) = \left(1 + \frac{\dot{R}_i}{c}\right) \frac{p_{wi} - p(\mathbf{r}_i, t)}{\rho_L} +$$

$$+ \frac{R_i}{\rho_L c} \frac{\partial}{\partial t} (p_{wi} - p) - \sum_{j=1 \dots n, j \neq i} \frac{2R_j \dot{R}_j + R_j C_j}{d_{ij}};$$

т.е. для явного выражения вторых производных радиуса кавитационного пузырька через первые решается система линейных уравнений вида $\mathbf{AC} = \mathbf{b}$; где

$$\mathbf{A} = \{a_{ij}\};$$

$$a_{ij} = \begin{cases} i = j, 1 - \frac{\dot{R}_i}{c}; \\ i \neq j, \frac{R_j}{d_{ij}} \end{cases}$$

$$\mathbf{b} = \{b_i\};$$

$$b_i = -\frac{3}{2} \dot{R}_i^2 \left(1 - \frac{\dot{R}_i}{3c}\right) + \left(1 + \frac{\dot{R}_i}{c}\right) \frac{p_{wi} - p(\mathbf{r}_i, t)}{\rho_L} +$$

$$+ \frac{R_i}{\rho_L c} \frac{\partial}{\partial t} (p_{wi} - p(\mathbf{r}_i, t)) - \sum_{j=1 \dots n, j \neq i} \frac{2R_j \dot{R}_j}{d_{ij}}$$

Далее доказывается утверждение, что при выполнении условия

$$\frac{\max_{i,j=1 \dots n, i \neq j} \left| \frac{R_j}{d_{ij}} \right|}{\min_{i=1 \dots n} \left| 1 - \frac{\dot{R}_i}{c} \right|} \leq \frac{1}{n}$$

$\min_{i=1 \dots n} \left| 1 - \frac{\dot{R}_i}{c} \right| \neq 0$ определитель матрицы \mathbf{A} не равен нулю.

В следующем разделе проводится доказательство этого утверждения.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ОДНОЗНАЧНОСТИ РЕШЕНИЯ ЧИСЛЕННОЙ МОДЕЛИ

По индукции доказано, что определитель матрицы \mathbf{A} не равен нулю, а как следствие, система уравнений имеет единственный корень. Для доказательства используется достаточное условие невырожденности матрицы, которое формулируется следующим образом:

$$\frac{\max_{i,j=1 \dots n, i \neq j} |a_{ij}|}{\min_{i=1 \dots n} |a_{ii}|} \leq \frac{1}{n}; \quad \min_{i=1 \dots n} |a_{ii}| \neq 0.$$

Доказательство искомого утверждения проводится по индукции. При $n = 1$ неравенства выполняются:

$$\frac{\max_{i,j=1\dots n, i \neq j} |a_{ij}|}{\min_{i=1\dots n} |a_{ii}|} = 1;$$

$$\min_{i=1\dots n} |a_{ii}| = a_{11} = \left(1 - \frac{\dot{R}_1}{c}\right) \neq 0.$$

Если для $n=1$ утверждение верно, то далее проведена проверка утверждения для произвольного n .

Т.е. проводится доказательство, что если утверждение верно для $n-1$, которое больше или равно 1, то оно оказывается верным и для n .

Для доказательства проводится преобразование матрицы A следующим образом:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n-1} & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ a_{(n-1)1} & a_{(n-1)2} & \dots & a_{n-1n-1} & a_{n-1n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn-1} & a_{nn} \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$B = \{b_{ij}\};$$

$$b_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_{ii}};$$

$$|b_{ij}| = \frac{|a_{ij}|}{|a_{ii}|} \leq \frac{\max_{i,j=1\dots n, i \neq j} |a_{ij}|}{\min_{i=1\dots n} |a_{ii}|} \leq \frac{1}{n}; \text{ если } i \neq j.$$

Далее преобразуется матрица B следующим образом. Первая строка матрицы B остаётся без изменений $d_{1j} = b_{1j}$. При $i \geq 2$ $d_{ij} = b_{ij} - b_{1j}b_{i1}$.

Очевидно, что $d_{i1} = b_{i1} - b_{11}b_{i1} = 0$. Определим тогда матрицу E размером $(n-1) \times (n-1)$ следующим образом:

$$E = \{e_{ij}\}, e_{ij} = d_{i+1j+1}.$$

Очевидно, что определитель матрицы d равен определителю матрицы E .

Для матрицы E :

$$\frac{\max_{i,j=2\dots n, i \neq j} |e_{ij}|}{\min_{i=2\dots n} |e_{ii}|} \leq \frac{\max_{i,j=2\dots n, i \neq j} |d_{ij}|}{\min_{i=2\dots n} |d_{ii}|} = \frac{\max_{i,j=2\dots n, i \neq j} |b_{ij} - b_{1j}b_{i1}|}{\min_{i=2\dots n} |b_{ii} - b_{1i}b_{i1}|} \leq$$

$$\leq \frac{\max_{i,j=2\dots n, i \neq j} (|b_{ij}| + |b_{1j}b_{i1}|)}{\min_{i=2\dots n} |b_{ii} - b_{1i}b_{i1}|} \leq \frac{\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}{\min_{i=2\dots n} |b_{ii} - b_{1i}b_{i1}|} \leq$$

$$\leq \frac{\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}{1 - \frac{1}{n^2}} \leq \frac{\frac{1}{n}}{\left(1 - \frac{1}{n}\right)} = \frac{1}{n-1}$$

В силу индукционного предположения определитель матрицы E не равен нулю, поэтому очевидно, что определитель матрицы A также не равен нулю. Следовательно, матрица обратима.

Поэтому вторые производные радиусов можно выразить в явном виде через 0-е и 1-е производные следующим образом:

$$\begin{cases} R_i \\ \dot{R}_i \end{cases} = A^{-1}b.$$

Таким образом, получена система дифференциальных уравнений в явном виде

$$\ddot{R}_i = \frac{1}{R_i} (A^{-1}b, e_i), i = 1 \dots n;$$

где матрица A и вектор b выражаются через 0-е и 1-е производные радиуса газового пузырька; e_i - единичный вектор, у которого i -я компонента равна 1, а остальные 0.

Данная система решается путём численного интегрирования методом Рунге-Кутты.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ С ПОМОЩЬЮ ПРЕДЛОЖЕННОЙ МОДЕЛИ

На следующем рисунке 1 приведена зависимость расстояния между газовыми пузырьками от времени в однородном акустическом поле.

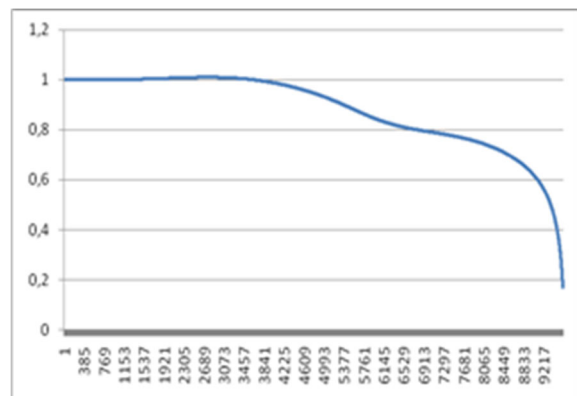


Рис. 1. Зависимость относительного расстояния между газовыми пузырьками от времени (в мкс) в однородном акустическом поле

Представленная зависимость подтверждает известный результат о сближении кавитационных

пузырьков при синфазном колебании их стенок, что может объяснять процесс дегазации жидкостей, как сближение пузырьков небольших размеров и их объединение в более крупные и их дальнейшее всплывание.

Далее приведены зависимости радиусов газовых пузырьков (рисунок 2) от времени при различных расстояниях между ними по сравнению с начальными радиусами R_0 .

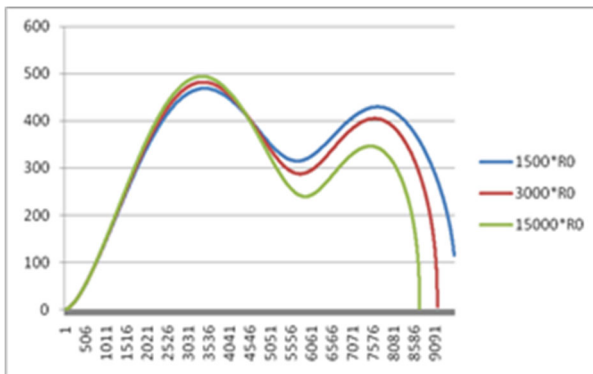


Рис. 2. Зависимости радиусов газовых пузырьков (мкм) от времени (мкс) при различном начальном расстоянии между ними

Представленные зависимости позволяют сделать об увеличении времени схлопывания газовых полостей при уменьшении начального расстояния между ними. Например, при начальном расстоянии $1500R_0$ успевает произойти непосредственный контакт до их схлопывания.

При этом, как показали расчёты при увеличенных радиусах пузырька, сближение происходит в течение нескольких периодов колебаний, когда колебания пузырька являются малыми [5, 6, 7]. Это объясняется тем, что уменьшается вторая производная радиуса газового пузырька согласно стандартным моделям динамики пузырька [7, 8].

Таким образом, теоретически обоснован механизм дегазации жидкости за счёт сближения газовых пузырьков.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Создана численная модель коалесценции пузырьков в жидкости. Доказана единственность второй производной радиуса кавитационного пузырька по времени при её выражении через 0-е и 1-е производные радиуса с учётом сил Бьеркнеса при взаимодействии газовых пузырьков. Получен результат о сближении газовых пузырьков при синфазном колебании их стенок, что может объяснять процесс дегазации жидкостей как сближение пузырьков небольших размеров в более крупные и их дальнейшее всплывание.

При этом, как показали расчёты при увеличенных радиусах пузырька, сближение происходит в течение нескольких периодов колебаний, когда колебания

пузырька являются малыми. Это объясняется тем, что уменьшается вторая производная радиуса газового пузырька.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Гранта Президента РФ № МК-5387.2021.1.1.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Shen, V. K. A Kinetic Theory of Homogeneous Bubble Nucleation [Текст] / V.K. Shen, P.G. Debenedetti // Journal of chemical physics, 2003. – Vol. 118. – Number 2. – P. 768–783.
2. Vachaparambil, K.J. Explanation of Bubble Nucleation Mechanisms: A Gradient Theory Approach [Текст] / K.J. Vachaparambil, K.E. Einarsrud // Journal of The Electro-chemical Society, 165 (10). – 2018. – E504-E512.
3. Brennen, C.E. Cavitation and bubble dynamics [Текст] / C.E. Brennen. – New York: Oxford University Press, 1995. – 294.
4. Mettin, R. Bjerknes forces between small cavitation bubbles in a strong acoustic field / R. Mettin, I. Akhatov, U. Parlitz, C. D. Ohl, W. Lauterborn // Physical review E, – 1997. – Volume 56. – Number 3. – P. 2924–2931.
5. Minnaert, M. On musical air-bubbles and the sounds of running water [Текст] / M. Minnaert // Philos. Mag., 1933. – Vol. 16, Iss. 17. – P. 235.
6. Khmelev, V.N. Evaluation of Optimum Modes of Ultrasonic Pulsed Influence for Co-agulation In Liquid-Dispersed Medium [Текст] / V.N. Khmelev, R.N. Golykh, M.V. Khmelev, V.A. Shakura, A.V. Shalunov, R.V. Barsukov // 17th International conference on micro/nanotechnologies and electron devices EDM'2016. – 2016. – P.225–231.
7. Khmelev, V.N. Theoretical study of ultrasonic pulsed influence for evaluation optimum modes for coagulation in liquid-dispersed systems [Текст] / V.N. Khmelev, R.N. Golykh, E.V. Ilchenko, V.A. Shakura, V.A. Nesterov, R.S. Dorovskikh // Romanian Journal of Acoustics and Vibration. – 2016. – Iss. 1. – P. 35–41.
8. Brujan, E.A. Bubble dynamics and cavitation in non-newtonian liquids [Текст] / E.A. Brujan, P.R. Williams // Rheology reviews. – The British Society of Rheology, 2005. – P. 147–172.

Голых Роман Николаевич – доктор технических наук, профессор, Бийский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО АлтГТУ, тел. (3854)432570, e-mail: grn@bti.secna.ru.

Цыганок Сергей Николаевич – кандидат технических наук, доцент, Бийский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО АлтГТУ, тел. (3854)432570, e-mail: grey@bti.secna.ru

Хмельёв Владимир Николаевич – доктор технических наук, профессор, Заслуженный Изобретатель Российской Федерации, заместитель директора по научной работе, Бийский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО АлтГТУ, тел. (3854)432581, e-mail: vnh@bti.secna.ru.

Барсуков Роман Владиславович – кандидат технических наук, начальник отдела научно-исследовательской работы сотрудников и преподавателей, доцент, Бийский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО АлтГТУ, тел. (3854)432570, e-mail: roman@bti.secna.ru.

Шакура Владислав Анатольевич – Научный сотрудник, Бийский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО АлтГТУ, тел. 89069443910, e-mail: shakura.va@bti.secna.ru.

Минаков Вячеслав Дмитриевич – студент группы МИСТ-11 Бийского технологического института (филиала) ФГБОУ ВО «Алтайский государственный технический университет им. И. И. Ползунова», тел.: +79833555916, Электронная почта: slava2926@mail.ru

METHOD FOR CALCULATION OF THE APPROACH OF BUBBLES TO JUSTIFY THE MECHANISM OF ULTRASONIC DEGASSING OF A LIQUID

R.N. Golykh, S.N. Tsyganok, V.N. Khmelev, A.R. Barsukov, V.A. Shakura, V.D. Minakov
Biysk Technological Institute, Biysk

Abstract – In a liquid that affects relatively intense acoustic effects, the amount of gas, both dissolved and in the form of bubbles, is reduced. This effect finds application in industrial practice in the degassing of metal and glass melts, the dissolution of resins, viscosities and oils, in common types of beverages and in use. In addition, ultrasonic degassing is one of the reasons for the destruction of electrochemical processes in the sound field.

One of the most obvious mechanisms of ultrasonic degassing is found in the fact that under the influence of ultrasonic vibrations, cavitation bubbles approach each other, their coalescence and, as a result, the volume of bubbles is detected faster.

A scientific model of coalescence of liquid bubbles has been created. The only second derivative of the radius of the cavitation bubble with respect to time is proved when it is expressed in terms of the 0th and 1st derivatives of the radius, taking into account the Bjerknes force in the presence of cavitation bubbles. Obtaining results on the convergence of cavitation bubbles during in-phase oscillations of their walls, which can explain the process of degassing of liquids as the convergence of small-sized bubbles in a larger one and their gradual development.

In this case, as measured by calculations with increased bubble manifestations, the approach occurs during several periods of manifestation, when the bubbles are found to be small. This is explained by the fact that the second derivative of the radius of the cavitation bubble.

Index terms: ultrasound, mathematical model, cavitation

REFERENCES

1. Shen, V. K. A Kinetic Theory of Homogeneous Bubble Nucleation [Text] / V.K. Shen, P.G. Debenedetti // Journal of chemical physics, 2003. – Vol. 118. – Number 2. – P. 768–783.
2. Vachaparambil, K.J. Explanation of Bubble Nucleation Mechanisms: A Gradient Theory Approach [Text] / K.J. Vachaparambil, K.E. Einarsson // Journal of The Electro-chemical Society, 165 (10). – 2018. – E504-E512.
3. Brennen, C.E. Cavitation and bubble dynamics [Text] / C.E. Brennen. – New York: Oxford University Press, 1995. – 294.
4. Mettin, R. Bjerknes forces between small cavitation bubbles in a strong acoustic field / R. Mettin, I. Akhatov, U. Parlitz, C. D. Ohl, W. Lauterborn // Physical review E, – 1997. – Volume 56. – Number 3. – P. 2924–2931.
5. Minnaert, M. On musical air-bubbles and the sounds of running water [Text] / M. Minnaert // Philos. Mag., 1933. – Vol. 16, Iss. 17. – P. 235.
6. Khmelev, V.N. Evaluation of Optimum Modes of Ultrasonic Pulsed Influence for Coagulation In Liquid-Dispersed Medium [Text] / V.N. Khmelev, R.N. Golykh, M.V. Khmelev, V.A. Shakura, A.V. Shalunov, R.V. Barsukov // 17th International conference on micro/nanotechnologies and electron devices EDM'2016. – 2016. – P.225–231.
7. Khmelev, V.N. Theoretical study of ultrasonic pulsed influence for evaluation optimum modes for coagulation in liquid-dispersed systems [Text] / V.N. Khmelev, R.N. Golykh, E.V. Ilchenko, V.A. Shakura, V.A. Nesterov, R.S. Dorovskikh // Romanian Journal of Acoustics and Vibration. – 2016. – Iss. 1. – P. 35–41.
8. Brujan, E.A. Bubble dynamics and cavitation in non-newtonian liquids [Text] / E.A. Brujan, P.R. Williams // Rheology reviews. – The British Society of Rheology, 2005. – P. 147–172.

Golykh Roman Nikolaevich – doctor of technical sciences, professor of the chair of methods and means of measurement and automation of BTI AltSTU, phone: +79231629327, E-mail: grn@bti.secna.ru

Tsyganok Sergey Nikolaevich – PhD in Technology, assistant professor, Biysk Technological Institute (branch) of the Altay State Technical University, (3854)432570, e-mail: grey@bti.secna.ru.

Khmelev Vladimir Nikolaevich – doctor of technical sciences, professor, Honored Inventor of the Russian Federation, Deputy Director for scientific work of BTI AltSTU, phone: +7 (3854) 43-25-81, E-mail: vnh@bti.secna.ru

Barsukov Aleksandr Romanovich – junior research fellow of the department of research work of employees and teachers, master's student, Biysk Technological Institute (branch) of the Altay State Technical University, (3854)432570, e-mail: alex_bars@u-sonic.ru.

Shakura Vladislav Anatolievich – Researcher, Biysk Technological Institute, 89069443910, e-mail: shakura.va@bti.secna.ru

Minakov Vyacheslav Dmitrievich – student of mIST-11 group of BTI AltSTU, phone: +79833555916, E-mail: slava2926@mail.ru