



Научная статья

2.6.13 – Процессы и аппараты химических технологий (технические науки)
УДК 534-8

doi: 10.25712/ASTU.2072-8921.2026.01.044

EDN: YVEVPD

РАСТВОРЕНИЕ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА В ВОДЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ

Иван Александрович Маняхин ¹, Роман Николаевич Голых ²,
Елена Александровна Морозова ³, Владислав Александрович Дегтярев ⁴
Константин Михайлович Обрезков ⁵

^{1, 2, 3, 4, 5} Бийский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова», Бийск, Россия

¹ manyaxin.ivan@bk.ru, <https://orcid.org/0009-0000-6168-0167>

² grn@bti.secna.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7708-0665>

³ <https://orcid.org/0000-0002-6052-9964>

⁴ <https://orcid.org/0009-0005-8939-1830>

⁵ <https://orcid.org/0009-0006-4847-2113>

Аннотация. Подавляющее большинство современных промышленных аппаратов для насыщения воды и других жидкостей (сатураторов) углекислым газом функционируют без применения ультразвука. В сатураторном аппарате создаются условия, которые положительно влияют на процесс насыщения водной смеси углекислотой. Ультразвуковое воздействие может увеличить производительность современных систем насыщения напитков углекислым газом. Данного эффекта можно добиться за счёт увеличения межфазной поверхности в гетерогенной системе со сплошной жидкой фазой «вода–углекислый газ». В данной статье представлены результаты экспериментальных исследований ультразвуковой интенсификации массообмена в системе «газ–жидкость». Разработан экспериментальный стенд, содержащий ультразвуковой излучатель с центральными каналами, технологический объём, работающий под давлением. Получены экспериментальные данные, подтверждающие принципиальную возможность ускорения поглощения углекислого газа водой. Выработаны основные направления повышения эффективности ультразвукового воздействия, которые заключаются в оптимизации циркуляции потоков, режимов ультразвукового воздействия и избыточного давления газа.

Ключевые слова: ультразвук, ультразвуковые колебания, кавитация, углекислый газ, вода, растворение газов, барботаж, лабораторная установка.

Благодарности: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-12-00278, <https://rscf.ru/project/23-12-00278>.

Для цитирования: Растворение углекислого газа в воде с применением ультразвуковых колебаний / И. А. Маняхин [и др.] // Ползуновский вестник. 2026. № 1. С. 195–199. doi: 10.25712/ASTU.2072-8921.2026.01.044. EDN: <https://elibrary.ru/YVEVPD>.

Original article

DISSOLUTION OF CARBON DIOXIDE IN WATER USING ULTRASONIC OSCILLATIONS

Ivan A. Manyakhin ¹, Roman N. Golykh ², Elena A. Morozova ³,
Vladislav A. Degtyarev ⁴, Konstantin M. Obrezkov ⁵

^{1, 2, 3, 4, 5} Biysk Technological Institute (branch) of the Biysk Technological Institute (branch) of the Altay State Technical University, Biysk, Russia

¹ manyaxin.ivan@bk.ru, <https://orcid.org/0009-0000-6168-0167>

² grn@bti.secna.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7708-0665>

³ <https://orcid.org/0000-0002-6052-9964>

⁴ <https://orcid.org/0009-0005-8939-1830>

⁵ <https://orcid.org/0009-0006-4847-2113>

Abstract. The vast majority of modern industrial equipment for saturating water and other liquids (saturators) with carbon dioxide operate without the use of ultrasound. The carbonation apparatus creates conditions that positively influence the process of saturating the aqueous mixture with carbon dioxide. Ultrasound can increase the productivity of modern beverage carbonation systems. This effect can be achieved by increasing the interfacial surface area in a hetero-

© Маняхин И. А., Голых Р. Н., Морозова Е. А., Дегтярев В. А., Обрезков К. М., 2026

ogeneous system with a continuous liquid phase (water-carbon dioxide). This article presents the results of experimental studies of ultrasonic intensification of mass transfer in a gas-liquid system. An experimental setup was developed, containing an ultrasonic emitter with central channels and a process volume operating under pressure. Experimental data were obtained confirming the fundamental possibility of accelerating the absorption of carbon dioxide by water. Key approaches to improving the efficiency of ultrasonic treatment were developed, which consist of optimizing flow circulation, ultrasonic treatment modes, and excess gas pressure.

Keywords: ultrasound, ultrasonic vibrations, cavitation, carbon dioxide, water, gas dissolution, bubbling, laboratory setup.

Acknowledgements: The study was supported by the Russian Science Foundation grant No. 23-12-00278, <https://rscf.ru/project/23-12-00278>.

For citation: Manyakhin, I. A., Golykh, R. N., Morozova, E. A., Degtyarev, V. A. & Obrezkov, K. M. (2026). Dissolution of carbon dioxide in water using ultrasonic oscillations. *Polzunovskiy vestnik*, (1), 195-199. (In Russ). doi: 10/25712/ASTU.2072-8921.2026.01.044. EDN: <https://elibrary.ru/YVEVPD>.

ВВЕДЕНИЕ

Растворение газов в жидкостях является важным технологическим процессом для современной промышленности. В рамках данной статьи представлены результаты экспериментального исследования способа растворения углекислого газа в воде с помощью ультразвуковых колебаний высокой интенсивности. Углекислый газ (CO₂) является химическим соединением, которое в нормальных условиях представляет собой бесцветный газ без запаха, тяжелее воздуха (молярная масса 44,01 г/моль). Применяется в пищевой промышленности для производства алкогольных и безалкогольных напитков [1, 2]. Также используется для производства соды, которая является разрыхлителем теста для кондитерских изделий [3]. Также CO₂ может быть использован для увеличения срока хранения продуктов в упаковке, путем создания модифицированной атмосферы [4]. При этом ультразвук может быть использован для интенсификации технологического процесса растворения углекислого газа в жидкостях [5–7].

подавляющее большинство современных промышленных аппаратов (сатураторов) для жидкостей углекислым газом функционируют без применения ультразвука. В сатурационном аппарате создаются условия, которые положительно влияют на процесс насыщения водной смеси углекислотой. Согласно закону Генри, газ лучше растворяется в жидкости лучше, если увеличить внешнее давление, поэтому в сатурационной установке поддерживается избыточное давление газа от 0,3 до 0,6 МПа. При этом понижают температуру жидкости до 4–6 °С (принцип Ле Шателье-Брауна) [8–10]. При увеличении температуры химическое равновесие смещается в сторону эндотермической (поглощение) реакции, а при понижении – в сторону экзотермической (выделение) реакции, поэтому при повышении температуры происходит ухудшение растворимости газов в жидкостях [11, 12].

Ультразвуковое воздействие может увеличить производительность современных систем насыщения напитков углекислым газом. Данного эффекта можно добиться за счёт увеличения межфазной поверхности в гетерогенной системе со сплошной жидкой фазой «вода–углекислый газ». Исследователями было установлено, при ультразвуковом воздействии на поверхности барботажных пузырьков появляются капиллярные волны и происходит увеличение межфазной поверхности на границе раздела фаз «газ–жидкость». При 20 °С рост барботажного пузырька наблюдается при динамической вязкости 7,4 мПа*с, однако вязкость воды меньше 1,003 мПа*с при аналогичной температуре [13, 14].

Целью настоящего исследования является определение оптимальных режимов ультразвукового

воздействия на водные смеси, при которых процесс газирования воды происходит эффективнее, чем без наложения акустических колебаний высокой частоты. Задачи исследования:

- разработка лабораторной установки для насыщения воды углекислым газом с ультразвуком и без;
- выявление оптимальных режимов ультразвукового воздействия на воду, при которых диоксид углерода растворяется эффективнее, чем в безультразвуковом режиме;
- определение недостатков конструкции, разработанной лабораторной установки;
- предложить способы модификации созданной лабораторной установки для технологического процесса газирования напитков.

МЕТОДЫ

Для реализации процесса растворения газов в воде была создана лабораторная установка (рис. 1).

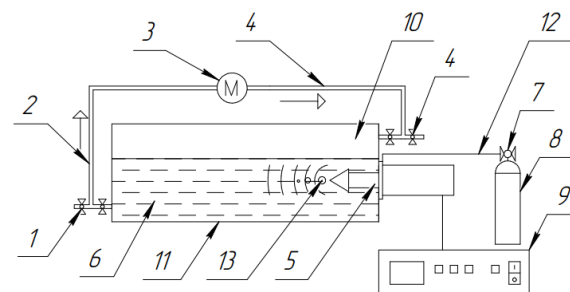


Рисунок 1 – Структурная схема лабораторной установки для растворения углекислого газа в воде: 1 – сливной кран, 2 – канал подачи воды к насосу, 3 – насос, 4 – канал для удаления воды из насоса, 5 – ультразвуковая колебательная система, 6 – жидкая фаза (вода), 7 – редуктор углекислого газа, 8 – баллон углекислоты, 9 – электронный генератор, 10 – газовая фаза (углекислый газ), 11 – технологический объём, 12 – канал подачи углекислого газа, 13 – барботажный пузырёк

Figure 1 – Structural diagram of a laboratory setup for dissolving carbon dioxide in water: 1 – drain valve, 2 – water supply channel to the pump, 3 – pump, 4 – channel for removing water from the pump, 5 – ultrasonic oscillating system, 6 – liquid phase (water), 7 – carbon dioxide reducer, 8 – carbon dioxide cylinder, 9 – electronic generator, 10 – gas phase (carbon dioxide), 11 – technological volume, 12 – carbon dioxide supply channel, 13 – bubbling bubble

Разработанная лабораторная установка состоит из технологического объёма (14,85 л), системы рециркуляции воды, ультразвуковой колебательной системы (ультразвуковой излучатель с системой центральных каналов для подачи растворяемого газа), электронного

РАСТВОРЕНИЕ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА В ВОДЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ

генератора, системы подачи углекислого газа и весов для контроля массы технологического объема.

Система рециркуляции воды состоит из канала подачи воды, насоса (ELfoC N1-R) и канала удаления воды. Принцип работы данной системы состоит в непрерывном примешивании жидкодисперсной среды в технологическом объеме (скорость потока жидкости 11,7 л/мин). Вода удаляется из области, где интенсивность ультразвуковой кавитации минимальна и подается в локацию, где происходит смешивание пузырьков, полученных в ходе ультразвуковой кавитации и барботаж воды углекислым газом.

Для ультразвукового воздействия на жидкую дисперсную среду используется специальный УЗ излучатель с центральным каналом. По данному каналу углекислый газ под давлением доставляется в технологический объем. Для проведения экспериментов использовался электронный генератор для ультразвуковых колебательных систем серии «Волна-М» [15]. Газовая фаза подается через канал подачи углекислого газа из баллона с газом в сжиженном состоянии. Весы, входящие в состав лабораторной установки необходимы для контроля уровня воды в технологическом объеме. Ультразвуковая система должна полностью быть погружена в воду, так как жидкость создаст гидростатическую нагрузку на УЗ излучатель. Ультразвуковые колебательные системы (УЗКС), которые настроены на работу с жидкостями, могут выйти и строя из-за малой нагрузки, находясь в газовой фазе, без жидкости.

Эксперименты по насыщению воды углекислым газом проводились при начальной температуре жидкости 20 °С (измерено с помощью мультиметра АРРА 99II). В ходе экспериментов происходило заполнение технологического объема водой на 70 % от максимального (10,4 кг), так как в таком случае УЗКС полностью погружена в жидкость и площадь контакта воды с углекислым газом максимальна. На следующем этапе эксперимента производился запуск рециркуляционного насоса и создание избыточного давления в технологическом объеме путем установки необходимого давления с помощью углекислотного редуктора (УР-6-6), размещенного на баллоне с углекислым газом. Было проведено 3 эксперимента без ультразвука при избыточном давлении 0,05 МПа. Второй эксперимент проводился при 0,15 МПа. Третий эксперимент тоже проводился при избыточном давлении 0,3 МПа, так как данное значение параметра является минимальным при производстве газированных напитков.

Вторая серия экспериментов проводилась при помощи ультразвуковых колебаний высокой интенсивности. При этом избыточное давление в технологическом объеме поддерживалось 0,05 МПа. Уровень

выходной мощности ультразвукового аппарата в ходе экспериментов поддерживался 70 % от максимальной с целью обеспечения стабильности резонансной частоты. При этом проводилась рециркуляция жидкости, как и в серии экспериментов без ультразвука. Особенностью экспериментов по насыщению воды углекислым газом с ультразвуком является то, что сначала включается ультразвуковое воздействие, затем в технологическом объеме создается атмосфера из углекислого газа.

Определение содержания углекислого газа, растворенного в воде, проводилось титриметрическим методом [16].

Содержание свободной углекислоты определяется по общей кислотности за вычетом свободной кислотности и кислотности, обусловленной слабыми нелетучими кислотами. В предоставленных на анализ пробах свободная кислотность $C_{св}$ и кислотность, обусловленная слабыми нелетучими кислотами $C_{снк}$, равны 0 (при добавлении метилоранжа к воде цвет стал сразу желтый). Общую кислотность $Q_{общ}$ рассчитывали по формуле (1):

$$C_{общ} = 1000 \frac{CKV_T}{V}, \quad (1)$$

где C – молярная концентрация гидроксида натрия, моль/л;

K – поправочный коэффициент;

V_T – объем раствора гидроксида натрия, пошедший на титрование, мл;

V – объем пробы воды, взятой для анализа, мл.

Содержание свободной углекислоты определяли по формуле (2):

$$C(CO_2) = 44(C_{общ} - C_{св} - C_{снк}), \quad (2)$$

где 44 – коэффициент пересчета.

Титрование проводилось с объемом 100 мл водной смеси и раствора NaOH.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты экспериментов с применением ультразвука приведены в таблице 1. Для исследования химического состава жидкодисперсной системы «вода–углекислый газ» отбиралось по три образца объемом 500 мл для каждого из экспериментов с периодичностью не более 1 минуты. Всего было проведено 5 экспериментов, получено 15 образцов. Концентрация углекислого газа была также измерена спустя 2 часа после проведения экспериментов, результаты представлены в таблице 2. Образцы хранили в закрытых пластиковых бутылках при комнатной температуре.

Таблица 1 – Концентрация CO₂ в образцах воды / Table 1 – CO₂ concentration in water samples

Наименование образца	Концентрация ммоль/дм ³ ($C_{общ}$)	Концентрация мг/дм ³	Среднее значение концентрации, мг/дм ³
Без УЗ 0,5 атм № 1	25,14	1106±221	1133
Без УЗ 0,5 атм № 2	25,14	1106±221	
Без УЗ 0,5 атм № 3	26,95	1186±237	
Без УЗ 1,5 атм № 1	38,67	1701±340	1719
Без УЗ 1,5 атм № 2	39,05	1718±343	
Без УЗ 1,5 атм № 3	39,52	1739±348	
С УЗ 0,5 атм № 1	28,76	1266±253	1260
С УЗ 0,5 атм № 2	28,38	1249±250	
С УЗ 0,5 атм № 3	28,76	1266±253	

Таблица 2 – Концентрация CO₂ в образцах воды через 2 часа

Table 2 – CO₂ concentration in water samples after 2 hours

Наименование образца	Концентрация ммоль/дм ³ (C _{общ})	Концентрация мг/дм ³	Среднее значение концентрации, мг/дм ³
Без УЗ 0,5 атм № 1	23,81	1048±210	1042
Без УЗ 0,5 атм № 2	23,81	1048±210	
Без УЗ 0,5 атм № 3	23,43	1031±206	
Без УЗ 1,5 атм № 1	38,10	1676±335	1599
Без УЗ 1,5 атм № 2	35,52	1563±313	
Без УЗ 1,5 атм № 3	35,43	1559±312	
С УЗ 0,5 атм № 1	27,14	1194±239	1155
С УЗ 0,5 атм № 2	26,19	1152±230	
С УЗ 0,5 атм № 3	25,43	1119±224	

ОБСУЖДЕНИЕ

Ультразвуковая обработка мощностью 70 % увеличивает концентрацию растворенного в воде углекислого газа на 11 %. При сравнении данных, полученных при анализе одних и тех же образцов, замечено, что в течение двух часов средняя концентрация CO₂ снижается на 7–11 %.

Основным ограничением для получения полноценных экспериментальных данных для процесса насыщения воды углекислым газом является недостаточное избыточное давление в технологическом объеме при непрерывном ультразвуковом воздействии, так как нельзя сопоставить с результатами, которые были получены при отсутствии ультразвукового воздействия.

Таким образом, получены экспериментальные данные, подтверждающие принципиальную возможность ускорения поглощения углекислого газа водой. Для дальнейшего повышения эффективности ультразвукового воздействия необходимо оптимизировать циркуляцию потоков, режимы ультразвукового воздействия и избыточное давление газа.

Дальнейшие исследования будут направлены на создание новой лабораторной установки, которая позволит работать с давлением не менее 0,4 МПа и непрерывном ультразвуковом воздействии на жидко-дисперсную систему «вода–углекислый газ».

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан экспериментальный стенд, содержащий ультразвуковой излучатель с центральными каналами, технологический объем, работающий под давлением. Получены экспериментальные данные, подтверждающие принципиальную возможность ускорения поглощения углекислого газа водой. Выработаны основные направления повышения эффективности ультразвукового воздействия, которые заключаются в оптимизации циркуляции потоков, режимов ультразвукового воздействия и избыточного давления газа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Патент № 2727048 С2 Российская Федерация, МПК В67D 1/00. Концентраты напитков под давлением, а также устройства и способы получения напитков из указанных концентратов : № 2017121117 : заявл. 29.01.2016 : опубл. 17.07.2020 / Д. Пеирсман, С. Вандекеркхов, Ж. Пеллод, Н. Дэвис, Бюл. № 20. 13 с.
2. Камалова Д.А. Технологии применения уловленного углекислого газа (CO₂) / Д.А. Камалова, Р.Р. Султанкиреева, С.Ф. Хафизова // Академическая публицистика. 2024. № 4–2. С. 106–113.

3. Лаптева А.В. Эмиссии CO₂ при производстве кальцинированной соды и извести / А.В. Лаптева, В.Г. Лисиенко, Ю.Н. Чесноков // Проблемы экоинформатики : Материалы XV Международного симпозиума, Москва, 06–08 декабря 2022 года / Под редакцией Ф.А. Мкртчяна. Москва : Московское НТО радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, 2022. С. 179–183.

4. Active food packaging to control carbon dioxide / D.S. Lee, H.J. Wang, C. Jaisan, D.S. An // Packaging Technology and Science. 2022. Vol. 35, No. 3. P. 213–227. DOI: 10.1002/pts.2627.

5. Viejo C.G. [et al.]. The effect of sonication on bubble size and sensory perception of carbonated water to improve quality and consumer acceptability // Beverages. 2019. Т. 5. № 3. С. 58.

6. Семенов И.А. Влияние ультразвука на растворение углекислого газа в воде / И.А. Семенов, Б.А. Ульянов, Н.Н. Кулов // Теоретические основы химической технологии. 2011. Т. 45, № 1. С. 23–27.

7. Влияние ультразвука на массоотдачу в жидкой фазе при свободном всплывании пузырька газа / И.А. Семенов, Б.А. Ульянов, Д.П. Свиридов, А.С. Камаев // Известия вузов. Прикладная химия и биотехнология. 2013. № 2. С. 57–61.

8. Авторское свидетельство № 1143384 А1 СССР, МПК А23L 2/54, А23L 2/00, В01F 5/00. Установка для насыщения воды и напитков диоксидом углерода : № 3663008 : заявл. 15.11.1983 : опубл. 07.03.1985 / В.Н. Гладкий, А.Н. Тимонин, А.Я. Герасимова [и др.] ; заявитель Киевский технологический институт легкой промышленности.

9. Установки для деаэрации и насыщения воды углекислым газом. Воронеж. URL: <https://studfile.net/preview/2824851/page:3>. (Дата обращения: 08.12.2025).

10. Тудвачев А.В. Аналитические и численные расчеты растворения CO₂ в подземных водах Северо-Ставропольского ПХГ в случае его возможного захоронения / А.В. Тудвачев, В.В. Тихомиров // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 7. Геология. География. 2016. № 4. С. 37–52. Doi: 10.21638/11701/srbu07.2016.404.

11. Элементарный учебник физики. В 3 т. Т. 1. Механика. Теплота. Молекулярная физика / под ред. Г.С. Ландсберга. Москва : Физматлит, 2023. 608 с.

12. Родин С.В. О принципе Ле Шателье-Брауна в курсе физики технического ВУЗа / С.В. Родин, Ю.И. Савилова // Материалы XIII Международной научно-практической интернет-конференции, Мозырь, 25–26 марта 2021. / Мозырский государственный педагогический университет им. И.П. Шамякина ; редкол.: И.Н. Ковальчук [и др.]. Мозырь, 2021. С. 59–60.

13. Influence of liquid viscosity on growth of the surface of an air bubble subjected to ultrasonic cavitation / R.N. Golykh [et al.] // Physics of Fluids. 2025. Т. 37, № 12. 122106.

14. Effect of ultrasonic cavitation on the gas-liquid in-

РАСТВОРЕНИЕ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА В ВОДЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ

terface under forced aeration / R.N. Golykh, J.B. Carrat, V.N. Khmelev [et al.] // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2024. Vol. 65, No. 6. P. 1082–1095. DOI: 10.1134/S0021894424 060075.

15. Ультразвуковой технологический аппарат серии «Волна-М». Бийск. URL: https://u-sonic.ru/catalog/apparatu_dlya_uskoreniya_protsesov_v_zhidkikh_sredakh/volna_m2. (Дата обращения: 08.12.2025).

16. ЦВ 1.01.17-2004. Качество воды. Методика выполнения измерений содержания свободной углекислоты в пробах питьевых и природных вод. Титриметрический метод. Санкт-Петербург, 2005, 10 с.

Информация об авторах

И. А. Маняхин – преподаватель кафедры методов и средств измерений и автоматизации Бийского технологического института (филиала) Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова».

Р. Н. Голых – доктор технических наук, профессор кафедры методов и средств измерений и автоматизации, ведущий научный сотрудник отдела научно-исследовательской работы сотрудников и преподавателей Бийского технологического института (филиала) Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова».

Е. А. Морозова – кандидат биологических наук, доцент кафедры химической технологии энергонасыщенных материалов и изделий Бийского технологического института (филиала) Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова».

В. А. Дегтярев – студент группы ПС-51, кафедра методов и средств измерений и автоматизации Бий-

ского технологического института (филиала) Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова».

К. М. Обрезков – студент группы ИСТ-41, кафедра методов и средств измерений и автоматизации Бийского технологического института (филиала) Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова».

Information about the authors

I.A. Manyakhin - Lecturer at the Department of Methods and Means of Measurement and Automation at the Biysk Technological Institute (branch) of the Altay State Technical University.

R.N. Golykh - Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Methods and Means of Measurement and Automation, Leading Researcher of the Department of Research Work of Staff and Faculty of the Biysk Technological Institute (branch) of the Altay State Technical University.

E.A. Morozova - Candidate of Biological Sciences, Associate Professor of the Department of Chemical Technology of Energy-Intensive Materials and Products of the Biysk Technological Institute (branch) of the Altay State Technical University.

V.A. Degtyarev - Student of Group PS-51, Department of Methods and Means of Measurement and Automation, Biysk Technological Institute (branch) of the Altay State Technical University.

K.M. Obrezkov - Student of Group IST-41, Department of Methods and Means of Measurement and Automation, Biysk Technological Institute (branch) of the Altay State Technical University.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

The authors declare that there is no conflict of interest.

Статья поступила в редакцию 07 октября 2025; одобрена после рецензирования 24 февраля 2026; принята к публикации 16 марта 2026.

The article was received by the editorial board on 07 Oct 2025; approved after editing on 24 Feb 2026; accepted for publication on 16 Mart 2026.