

# ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ТРЁХМЕРНОЙ ВЗВЕШЕННОЙ ЧАСТИЦЫ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ В ГАЗОВОЙ ФАЗЕ

В.Н. Хмелёв<sup>1</sup>, А.В. Шалунов<sup>1</sup>, А.А. Синкин<sup>1</sup>, Л.Ф. Комарова<sup>2</sup>, Г.В. Пышнограй<sup>2</sup>,  
А.Г. Овчаренко<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Бийский технологический институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова», г. Бийск

<sup>2</sup> Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова», г. Барнаул

В данной статье предлагается формальное описание трёхмерной взвешенной частицы. Ультразвуковая коагуляция позволяет очищать газы от взвешенных частиц, но из-за того, что вращательное движение в перекрёстных ультразвуковых полях увеличивает сечение столкновения возникает необходимость учёта вращательного движения. Полученная модель позволяет построить уравнение динамики вращательного движения агломерата, которое, в свою очередь, даёт возможность оценить повышение эффективности коагуляции за счёт вращательного движения.

*Ключевые слова:* ультразвук, коагуляция, моделирование, вращательное движение.

## ВВЕДЕНИЕ

Ультразвуковая коагуляция применяется для очистки газов от взвешенных частиц путём объединения мелких частиц в более крупные, что облегчает их осаждение. Например:

- очистка газов в промышленности [1];
- ускорение саморазрушения туманов [2];
- очистка воздуха от дыма при пожаре [3].

Для создания наиболее эффективных установок для ультразвуковой коагуляции необходимо как можно более точно моделировать процесс коагуляции.

Для повышения точности моделирования процесса коагуляции необходимо учитывать вращательное движение, так как из-за вращательного движения в перекрёстных ультразвуковых полях увеличивается сечение столкновения.

Таким образом, целью этой работы является разработка формального описания трёхмерной взвешенной частицы.

## ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

### 1. Характеризация морфологии агломерата

Агломерат представляет собой односвязный граф соединений элементарных сферических частиц одинаковой массы  $m_0$  и диаметра  $d_0$ .

Аэрозоль агломератов состоит из фракций следующих типоразмеров:

$n_k(\mathbf{r}, t)dV$  – количество частиц, имеющих массу  $km_0$  ( $m_0$  – масса наименьшей частицы,  $k$  – натуральное число), в окрестности, имеющей объём  $dV$ , вокруг точки с вектором координат  $\mathbf{r}$ ,  $m^{-3}$ .

Каждая фракция аэрозоля включает субфракции. При этом для каждой субфракции определяется множество значений дополнительных параметров, характеризующее морфологию аэрозоля  $M_k$ .

Это множество представляет собой декартового произведения следующих элементарных множеств:

$$M_k = \prod_{l=1}^{m_k} S_{k,l},$$

$$T : J \rightarrow \{0,1,2\},$$

$$J \subseteq \mathbb{N}^2,$$

$$(k,l) \in J \Leftrightarrow k \in \mathbb{N} \ \& \ l \in \mathbb{N} \ \& \ l \leq m_k,$$

где  $m_k$  – количество элементарных множеств  $S$  декартового произведения («размерность» множества дополнительных параметров. Слово «размерность» взято в кавычки, поскольку элементарное множество  $S$  в зависимости от его типа может иметь любую размерность от 0 (конечное множество) до 2 (сферическая поверхность в трёхмерном пространстве));  $k,l$  – индексы элементарного множества;  $T$  – функция типа элементарного множества, аргументом которой является  $(k,l)$  из множества  $J$  (множество индексов элементарного множества), а значением – одно из чисел  $\{0, 1, 2\}$  (0 – элементарное множество  $S_{k,l}$  является конечным набором натуральных чисел; 1 – элементарное множество является  $S_{k,l}$  замкнутым отрезком  $[0; \pi]$  (подмножеством  $\mathbb{R}$ ); 2 – элементарное множество является замкнутой поверхностью единичной сферы (подмножеством  $\mathbb{R}^3$ ));  $\mathbb{N}$  – множество натуральных чисел;  $\mathbb{R}$  – множество действительных чисел.

1. Для  $k=1, 2$  – субфракция одна – деление на субфракции не предусмотрено.

$$M_{1,2} = \emptyset$$



Рис.1. Субфракция при  $k=1, 2$

2. Для  $k=3$  – распределение по субфракциям выглядит следующим образом (рис. 2):

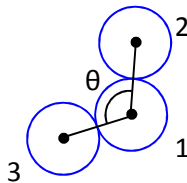


Рис.2. Распределение по субфракциям для  $k=3$

$n_{sub,3}(\mathbf{r}, t, \theta)d\theta$  – концентрация частиц, имеющих угол между линиями центров в диапазоне от  $\theta$  до  $\theta + d\theta$ .

$$n_3(\mathbf{r}, t) = \int_0^\pi n_{sub,3}(\mathbf{r}, t, \theta)d\theta,$$

Для  $k=3$  множество значений дополнительных параметров, характеризующих морфологию аэрозоля, выглядит следующим образом:

$$M_3 = [0; \pi],$$

При этом из-за отсутствия взаимного проникновения сфер друг в друга

$$n_{sub,3}(\mathbf{r}, t, \theta) = 0 \text{ для всех } \theta \leq \frac{\pi}{3}.$$

3. Для  $k \geq 4$  – распределение по субфракциям определяется по индукции.

Индукция означает, что для  $k-1$  - меры множество дополнительных параметров  $M_{k-1}$  определено. Для  $k$ -меры множество дополнительных параметров определяется следующим образом:

$$M_k = M_{k-1} \times \{1, 2, \dots, k-1\} \times S,$$

$$S = \{(x, y, z) \in R^3 | x^2 + y^2 + z^2 = 1\} \subseteq R^3, ;$$

$k >= 4:$

$$\begin{aligned} n_k(\mathbf{r}, t) &= L_{k, \mathbf{p}_k} [n_{sub,k}(\mathbf{r}, t, p_{k,1}, p_{k,2}, \dots, p_{k,4k-1})] = \\ &= \sum_{p_{k,4k-14}=1}^{k-1} \dots \sum_{p_{k,6}=1}^4 \sum_{p_{k,2}=1}^3 \int \dots (k-3) \text{ раз } \dots \\ &\dots \int_{S_0}^\pi n_{sub,k}(\mathbf{r}, t, p_{k,1}, p_{k,2}, \dots, p_{k,4k-1}) dp_{k,1} dS(p_{k,3}, p_{k,4}, p_{k,5}) \\ &dS(p_{k,7}, p_{k,8}, p_{k,9}) \dots dS(p_{k,4k-13}, p_{k,4k-12}, p_{k,4k-11}), \\ \mathbf{p}_k &= (p_{k,1}, p_{k,2}, \dots, p_{k,4k-11}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k=3: \\ n_k(\mathbf{r}, t) &= L_{k, \mathbf{p}_k} [n_{sub,k}(\mathbf{r}, t, p_{k,1}, p_{k,2}, \dots, p_{k,4k-1})] = \\ &= \int_0^\pi n_{sub,k}(\mathbf{r}, t, p_{k,1}) dp_{k,1}, \end{aligned}$$

$$k=1, 2: \quad n_k(\mathbf{r}, t) = L_{k, \mathbf{p}_k} [n_{sub,k}(\mathbf{r}, t)] = n_{sub,k}(\mathbf{r}, t),$$

где  $L_{k, \mathbf{p}_k} [n_{sub,k}(\mathbf{r}, t, p_{k,1}, p_{k,2}, \dots, p_{k,4k-1})]$  – оператор суммирования-интегрирования по  $p_{k,1}, p_{k,2}, \dots, p_{k,4k-1}$  при фиксированных  $\mathbf{r}, t$ , который возвращает функцию только от  $\mathbf{r}, t$ . При применении оператора  $L_{k, \mathbf{p}_k}$  может быть вместо  $\mathbf{r}, t$  любой набор фиксированных аргументов, и вместо  $n_{sub,k}(\mathbf{r}, t, p_{k,1}, p_{k,2}, \dots, p_{k,4k-1})$  может быть любая функция, в качестве аргументов содержащая переменные  $\mathbf{p}_k$ , по которым проводится суммирование-интегрирование.

$\{1, 2, \dots, k-1\}$  – множество индексов из  $k-1$  – меры, к которой присоединяется  $k$ -я элементарная сферическая частица;  $S$  – множество векторов линий центров между следующими элементарными сферическими частицами:

1. Частица из  $k-1$  – меры, к которой присоединяется  $k$ -я элементарная сферическая частица.

2. Присоединяемая  $k$ -я элементарная сферическая частица.

Таким образом, описание  $k$  – меры представляет собой набор числовых параметров  $\mathbf{p}_k = (p_{k,1}, p_{k,2}, \dots, p_{k, \dim \mathbf{p}_k}) \in M_k$  в следующем количестве  $\dim \mathbf{p}_k$  :

$$\dim \mathbf{p}_1 = 0; \dim \mathbf{p}_2 = 0; \dim \mathbf{p}_3 = 1;$$

$$k \geq 4: \dim \mathbf{p}_k = \dim \mathbf{p}_{k-1} + 4.$$

$$\text{Или } \dim \mathbf{p}_k = \max\{4k - 11, 0\}.$$

**2. Расчёт координат элементарных сферических частиц, входящих в состав агломерата**

Для расчёта координат элементарных сферических частиц используется также метод математической индукции, который заключается в следующем.

Имеются исходные данные:

1.  $k$  – количество элементарных сферических частиц в агломерате;

2. набор параметров, характеризующих морфологию агломерата

$$\mathbf{p}_k = (p_{k,1}, p_{k,2}, \dots, p_{k, \dim \mathbf{p}_k}) \in M_k;$$

3.  $A$  – ортогональная матрица поворота агломерата, удовлетворяющая условию:

$\det A=1$  (исключено симметричное отражение агломерата относительно какой-либо из плоскостей);  $AA^T=E$  ( $E$  – единичная матрица).

Далее для каждой частицы, входящей в состав агломерата, определяются трёхмерные вектора  $\mathbf{s}_i$  следующим индуктивным способом ( $i=1 \dots k$ ):

$$i=1: \mathbf{s}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; i=2: \mathbf{s}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ d_0 \end{pmatrix}; i=3: \mathbf{s}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ d_0 \sin p_{k,1} \\ d_0 \cos p_{k,1} \end{pmatrix};$$

$$i \geq 4: \mathbf{s}_i = \mathbf{s}_{p_{k,4i-14}} + d_0 \begin{pmatrix} p_{k,4i-13} \\ p_{k,4i-12} \\ p_{k,4i-11} \end{pmatrix}.$$

Для  $i=1, \dots, k$

$$\mathbf{r}_i = A \left( \mathbf{s}_i - \frac{\sum_{j=1}^k \mathbf{s}_j}{k} \right).$$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, предложенное формальное описание трёхмерной взвешенной частицы позволяет построить уравнение динамики вращательного движения агломерата, которое позволяет оценить повышение эффективности коагуляции за счёт вращательного движения.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-19-00900, <https://rscf.ru/project/24-19-00900/>.*

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Тимошенко, В. И. Осаждение и осадконакопление промышленных дымов [Текст] / В. И. Тимошенко, Н. Н. Чернов. – Ростов-на-Дону : Ростиздат, 2004. – 224 с. – ISBN 5-7509-0157-2. – EDN ZFLMPL.

2. Experimental investigations of the effectiveness of acoustic vibration influence of ultrasonic frequency on fogs / V. N. Khmelev, A. V. Shalunov, S. N. Tsyganok [et al.] // Romanian Journal of Acoustics and Vibration. – 2017. – Vol. 14, No. 2. – P. 69-74. – EDN YBVBVZ.

3. Костромина, Е. И. Снижение уровня задымления путей эвакуации при пожаре в многоэтажных зданиях общественного назначения путем применения ультразвуковой коагуляции [Текст] / Е. И. Костромина, И. А. Занина // Инженерный вестник Дона. – 2018. – № 1(48). – С. 115. – EDN XSMPYL.

*Хмельёв Владимир Николаевич – заместитель директора по научной работе, Бийский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО АлтГТУ, тел. (3854)432450, e-mail: vnh@bti.secna.ru.*

*Шалунёв Андрей Викторович – д.т.н., профессор, директор, Бийский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО АлтГТУ, тел. (3854)432450, e-mail: shalunov@bti.secna.ru.*

*Синкин Александр Андреевич – студент группы ПС-21, Бийский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО АлтГТУ, e-mail: vip.sinkin@inbox.ru.*

*Комарова Лариса Фёдоровна – доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО АлтГТУ им. И.И. Ползунова.*

*Пышиноград Григорий Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО АлтГТУ.*

*Овчаренко Александр Григорьевич – доктор технических наук, профессор, Бийский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО АлтГТУ.*

# FORMAL DESCRIPTION OF A THREE-DIMENSIONAL SUSPENDED PARTICLE FOR MODELING THE DYNAMICS OF ROTATIONAL MOTION IN THE GASEOUS PHASE

V.N. Khmelev<sup>1</sup>, A.V. Shalunov<sup>1</sup>, A.A. Sinkin<sup>1</sup>, L.F. Komarova<sup>2</sup>, G.V. Pyshnograd<sup>2</sup>,  
A.G. Ovcharenko<sup>1</sup>

*Biysk Technological Institute (branch) of the Altay State Technical University, Biysk  
Polzunov Altai State Technical University, Barnaul*

This article presents a formal description of a three-dimensional suspended particle. Ultrasonic coagulation allows for the removal of suspended particles from gases, but because rotational motion in crossed ultrasonic fields increases the collision cross-section, it is necessary to account for rotational motion. The resulting model allows us to construct an equation for the dynamics of the rotational motion of the agglomerate, which allows us to estimate the increase in coagulation efficiency due to rotational motion.

Index terms: ultrasound, coagulation, modeling, rotational motion.

## REFERENCES

1. Timoshenko, V. I. and N. N. Chernov, Sedimentation and sedimentation of industrial fumes, I. B. Yesipov, I. N. Kanevsky, 1st ed. Rostov-on-Don, Russian Federation: Rostizdat, 2004. – ISBN 5-7509-0157-2. – EDN ZFLMPL.
2. V. N. Khmelev, A. V. Shalunov, S. N. Tsyganok, R. N. Golykh and K. V. Shalunova, “Experimental investigations of the effectiveness of acoustic vibration influence of ultrasonic frequency on fogs,” Romanian Journal of Acoustics and Vibration, vol. 14, no. 2, pp. 69-74, 2017. – EDN YBVBVZ.
3. Kostromina, E.I., and I.A. Zanina, “Reducing the level of smoke in escape routes during a fire in multi-storey public buildings by using ultrasonic coagulation,” Engineering Bulletin of the Don, no. 1, pp. 22-37, 2018. EDN: <https://elibrary.ru/XSMPYL>.

*Khmelev Vladimir Nikolaevich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Honored Inventor of the Russian Federation, Deputy Director for scientific work, Biysk Technological Institute, (3854)432450, e-mail: vnh@mail.ru.*

*Shalunov Andrey Viktorovich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Director, Biysk Technological Institute, (3854)432450, e-mail: shalunov@bti.secna.ru.*

*Sinkin Alexander Andreevich – student of PS-21 group, Biysk Technological Institute, e-mail: vip.sinkin@inbox.ru.*

*Komarova Larisa Fedorovna – Doctor of Technical Sciences, Professor, AltSTU Federal State Budgetary Educational Institution.*

*Pyshnograd Grigory Vladimirovich – Doctor of Physico-mathematical Sciences, Professor, AltSTU Federal State Budgetary Educational Institution.*

*Ovcharenko Alexander Grigoryevich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Biysk Technological Institute.*