

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДВУМЕРНОГО ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ АГЛОМЕРАТОВ, ВЗВЕШЕННЫХ В ГАЗОВОЙ ФАЗЕ, В ПЕРЕКРЁСТНЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПОЛЯХ

В.Н. Хмелёв, А.В. Шалунов, А.А. Синкин, А.Г. Овчаренко

Бийский технологический институт (филиал) АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Бийск

Предложен и исследован подход к повышению эффективности процессов в газодисперсных системах за счёт формирования акустического поля, в котором вектор колебательной скорости газа не просто меняет величину, но и меняет направление, что существенно отличает его от способа формирования поля за счет плоской монохроматической волны, в которой вектор колебательной скорости периодически меняет величину на противоположную, сохраняя направление. Предлагаемое формирование акустического поля осуществляется за счёт двух взаимно перпендикулярных акустических волн в одной плоскости. Получаемое вращающееся акустическое поле инициирует вращение агломератов и увеличение площади сечения столкновения частиц, что приводит к повышению эффективности коагуляции. В статье представлено математическое описание вращательного движения агломератов в перекрёстном ультразвуковом поле.

Ключевые слова: ультразвук, вращение, коагуляция, поле, модель.

ВВЕДЕНИЕ

Вихревые движения в ультразвуковом поле (частотой 20...60 кГц) являются действенным явлением и инструментом, обуславливающим повышение эффективности моночастотного синусоидального воздействия ультразвуком на гетерогенные системы со сплошной газовой фазой [1–3]. Такие движения способны возникать, в частности, как фактор нелинейного искажения самого ультразвукового поля при высоких амплитудах звукового давления [4–6], бывая двух видов – экартовские течения [7] в масштабах длины ультразвуковой волны и/или размеров озвучиваемого ограниченного объёма и шлихтинговские [8] течения вблизи границы газовой фазы, обусловленные наличием вязкого пограничного слоя. Так, экартовские течения способны существенно ускорить процессы ультразвуковой коагуляции за счёт локального повышения концентрации аэрозольных частиц, уходящих за счёт сил инерции к периферии вихря. Кроме того, экартовские течения способствуют повышению эффективности диффузионных процессов (не только в газе, но и в жидкости), химических реакций (вплоть реакции горения в газовой фазе). Другой вид течений – шлихтинговские течения способствуют повышению эффективности процессов в приграничных слоях газовой фазы вблизи иной – твёрдой или жидкой фазы. Например, когда речь идёт о процессах сушки или абсорбции [9–11], вихревые движения способствуют принудительному конвективному переносу целевого компонента – влаги и целевой газовой фазы. При этом в зависимости от разности концентраций целевого

вещества внутри твёрдой пористой фазы (вблизи поверхности твёрдой фазы) и в окружающей газовой фазе происходит перенос вещества внутрь твёрдой пористой фазы или в окружающий газ.

Однако все известные и реализуемые течения, возникающие в результате нелинейных искажений первичного синусоидального воздействия, являются эффектами, имеющий второй порядок малости. Поэтому данные эффекты оказываются сопоставимы с первичным синусоидальным воздействием лишь при уровнях звукового давления в газовой фазе 180 дБ и выше [1, 3, 12]. К сожалению, такие уровни звукового давления достигаются лишь в резонансных промежутках (с толщиной, не превышающей длину ультразвуковой волны – не более 20 мм в газовой фазе) или в зонах фокусировки, когда “пятно” фокуса также не превышает длину ультразвуковой волны. Поэтому необходим поиск новых подходов к реализации ультразвукового воздействия, позволяющих реализовать дополнительное вращательное движение газовой фазы.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Базисной для формулировки определения вращающегося акустического поля первого порядка является отображение $\mathbf{v}(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$; $\mathbf{v}(t) = \mathbf{u}(r, t)$. Данное отображение является функцией поля скоростей газа в фиксированной точке \mathbf{r} . Функция $\mathbf{v}(t)$ обладает следующими свойствами:

1. Ограниченность во времени согласно закону сохранения энергии.
2. Бесконечная дифференцируемость по времени с ограниченными производными, поскольку

акустическое поле в газовой фазе возникает в результате колебательного процесса, описываемого синусоидальными колебаниями или их суперпозицией.

При выполнении свойств 1, 2 для любого 2-мерного подпространства R^3 , заданного ортонормированным базисом $e_1; e_2$ (определяет двумерную плоскость); множество

$$\left\{ \left(\alpha_1 \right) \mid \exists t \in R; s \in [0;1] \mid \alpha_i = s(\mathbf{v}(t), \mathbf{e}_i) \right\}$$

измеримо по Лебегу. Свойство измеримости по Лебегу позволяет определить площадь проекции поверхности, описываемой вектором $\mathbf{v}(t) \in R^3$, на плоскость вращения. Эта площадь в данной статье определяется как сечение вращательного движения, определяемое для заданной плоскости проекции, и равна

$$S = \mu \left\{ \left(\alpha_1 \right) \mid \exists t \in R; s \in [0;1] \mid \alpha_i = s(\mathbf{v}(t), \mathbf{e}_i) \right\}; \quad (1)$$

μ – 2-мерная функция меры Лебега.

Практический интерес представляет максимальное сечение вращательного движения, достигаемое при выборе определённой плоскости проекции

$$S_{MAX} = \sup_{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2 \in R^3; \|\mathbf{e}_1\| = \|\mathbf{e}_2\| = 1; (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2) = 0} \mu \left\{ \left(\alpha_1 \right) \mid \exists t \in R; s \in [0;1] \mid \alpha_i = s(\mathbf{v}(t), \mathbf{e}_i) \right\}; \quad (2)$$

Максимальное сечение вращательного движения определяет максимально возможную площадь сечения столкновения агломерируемых частиц при сближении частиц в направлении, перпендикулярном выбранной плоскости проекции.

Поэтому далее рассматривается вращательное движение частиц в максимальном сечении.

Вращающееся акустическое поле 1-го порядка особый эффект оказывает на частицы (как правило, представляющие собой агломераты сферических частиц), форма которых сильно отличается от сферической. Исходя из закона сохранения момента импульса вращательное движение частицы описывается дифференциальным уравнением 2-го порядка для матрицы поворота агломерата (3):

$$\begin{aligned} & \rho_p V_0 \sum_i \left(\mathbf{r}_i \times A^T \frac{d^2 A}{dt^2} \mathbf{r}_i \right) + \\ & + N \int_{V_0} \rho_p \left(\mathbf{s} \times A^T \frac{d^2 A}{dt^2} \mathbf{s} \right) dV = ; \quad (3) \\ & = \sum_i \mathbf{r}_i \times \left(A^T \int_{S_i} \mathbf{f}_i (A \mathbf{r}_i + \mathbf{s}_i) dS \right) \end{aligned}$$

где ρ_p – плотность вещества агломерата, кг/м³; V_0 – объём элементарной сферической частицы, входящей в состав агломерата, м³; A – матрица поворота агломерата в трёхмерном пространстве (размером

3x3); \mathbf{r}_i – вектор координат центра масс i -й элементарной сферической частицы, входящей в состав агломерата, м; N – количество элементарных сферических частиц, входящих в состав агломерата; \mathbf{f}_i – сила, действующая на поверхность элементарной сферической частицы, Н/м².

Сила, действующая на поверхность элементарной сферической частицы, входящей в состав агломерата, определяется исходя из стандартных уравнений Навье-Стокса для течения вязкой среды (газа или жидкости) с использованием асимптотических разложений.

Численное решение дифференциального уравнения (3) для матрицы выполняется путём разбиения интервалы времени на достаточно малые субинтервалы времени, в течение которых коэффициенты матрицы поворота изменяются не более чем на положительное $0 < \varepsilon \ll 1$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен и исследован подход к повышению эффективности процессов в газодисперсных системах за счёт формирования акустического поля, в котором вектор колебательной скорости газа не просто меняет величину, но и меняет направление, что существенно отличает его от способа формирования поля за счёт плоской монохроматической волны, в которой вектор колебательной скорости периодически меняет величину на противоположную, сохраняя направление. Предлагаемое формирование акустического поля осуществляется за счёт двух взаимно перпендикулярных акустических волн в одной плоскости. Получаемое вращающееся акустическое поле инициирует вращение агломератов и увеличение площади сечения столкновения частиц, что приводит к повышению эффективности коагуляции. Представлено дифференциальное уравнение вращательного движения агломератов в перекрёстном ультразвуковом поле.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-19-00900, <https://rscf.ru/project/24-19-00900/>.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Khmelev V.N., Shalunov A.V., Golykh R.N. Three-dimensional numerical model of ultrasonic coagulation of PM2.5 aerosol particles in vortex acoustic flows // Theoretical foundations of chemical engineering. 2024. V. 58, No. 4. P. 980–992.
2. Shi Y., Wei J., Bai W., Zhao Z., Ayantobo O.O., Wang G. Theoretical analysis of acoustic and turbulent agglomeration of droplet aerosols // Advanced Powder Technology. 2023. V. 34, Iss. 10. P. 104145.
3. Khmelev V.N., Shalunov A.V., Nesterov V.A., Terentiev S.A. Influence of Acoustic Streams on the Efficiency of Ultrasonic Particle Agglomeration // Applied Sciences. 2024. V. 14, No. 2.
4. Розенберг Л.Д. Мощные ультразвуковые поля / Л.Д. Розенберг. М.: Наука, 1968.
5. Руденко О.В. Теоретические основы нелинейной акустики / О.В. Руденко, С.И. Солуян. М.: Наука, 1975.
6. Wu J. Acoustic Streaming and Its Applications // Fluids. 2018. V. 4, Iss. 3. P. 108.
7. Tang Q., Hu J., Qian S. et al. Eckart acoustic streaming in a heptagonal chamber by multiple acoustic transducers // Microfluid Nanofluid. 2017. V. 21, Iss. 28.
8. Gubaidullin D.A., Osipov P.P., Nasyrov R.R. Numerical simulation of Schlichting streaming induced by standing wave in

rectangular enclosure // Journal of Physics: Conference Series. 2014. V. 567. P. 012017.

9. Розенберг Л.Д. Физические основы ультразвуковой технологии / Л.Д. Розенберг. М.: Наука, 1970.

10. Hyun S., Lee D.R., Loh B.G. Investigation of convective heat transfer augmentation using acoustic streaming generated by ultrasonic vibrations // Int. J. Heat Mass Transf.. 2005. Vol. 48. P. 703–718.

11. Tamidi A.M., Lau K.K., Ng L.H., Yusof S.M.M., Azmi N., Zakariya S., Khalit S.H., Quek V.C. Numerical Modeling and Economic Analysis of Ultrasonic-Assisted CO₂ Absorption Process for Offshore Application // Processes. 2023. Iss. 11. P. 3089.

12. Khmelev V., Shalunov A., Golykh R. Mathematical Simulation of the Influence of Acoustic on the Efficiency of PM 2.5 Coagulation // Mathematics. 2023. Vol. 12, Iss. 11. P. 692.

Хмельёв Владимир Николаевич – заместитель директора по научной работе, Бийский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО АлтГТУ, тел. (3854)432450, e-mail: vnh@bti.secpa.ru.

Шалунёв Андрей Викторович – д.т.н., профессор, директор, Бийский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО АлтГТУ, тел. (3854)432450, e-mail: shalunov@bti.secpa.ru.

Синкин Александр Андреевич – студент группы ПС-21, Бийский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО АлтГТУ., e-mail: vip.sinkin@inbox.ru.

Овчаренко Александр Григорьевич – доктор технических наук, профессор, Бийский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО АлтГТУ.

MATHEMATICAL DESCRIPTION OF TWO-DIMENSIONAL ROTATIONAL MOTION OF AGGLOMERATES SUSPENDED IN THE GAS PHASE IN CROSS ULTRASONIC FIELDS

V.N. Khmelev, A.V. Shalunov, A.A. Sinkin, A.G. Ovcharenko

Biysk Technological Institute (branch) of the Altay State Technical University, Biysk

An approach to increasing the efficiency of processes in gas-dispersed systems by forming an acoustic field is proposed and investigated, in which the vector of the oscillatory velocity of the gas not only changes its magnitude, but also changes its direction, which significantly distinguishes it from the method of field formation due to a flat monochromatic wave, in which the vector of the oscillatory velocity periodically changes its magnitude by the opposite, while maintaining the direction. The proposed acoustic field formation is carried out due to two mutually perpendicular acoustic waves in the same plane. The resulting rotating acoustic field initiates the rotation of agglomerates and an increase in the particle collision area, which leads to an increase in coagulation efficiency. The article presents a mathematical description of the rotational motion of agglomerates in a cross ultrasonic field.

Index terms: ultrasonic, rotation, coagulation, field, model

REFERENCES

1. Khmelev V.N., Shalunov A.V., Golykh R.N. Three-dimensional numerical model of ultrasonic coagulation of PM2.5 aerosol particles in vortex acoustic flows // Theoretical foundations of chemical engineering. 2024. V. 58, No. 4. P. 980–992.
2. Shi Y., Wei J., Bai W., Zhao Z., Ayantobo O.O., Wang G. Theoretical analysis of acoustic and turbulent agglomeration of droplet aerosols // Advanced Powder Technology. 2023. V. 34, Iss. 10. P. 104145.
3. Khmelev V.N., Shalunov A.V., Nesterov V.A., Terentiev S.A. Influence of Acoustic Streams on the Efficiency of Ultrasonic Particle Agglomeration // Applied Sciences. 2024. V. 14, No. 2.
4. Rosenberg L.D. Powerful ultrasonic fields / L.D. Rosenberg. Moscow: Nauka, 1968.
5. Rudenko O.V. Theoretical foundations of nonlinear acoustics / O.V. Rudenko, S.I. Soluyan. Moscow: Nauka, 1975.
6. Wu J. Acoustic Streaming and Its Applications // Fluids. 2018. V. 4, Iss. 3. P. 108.
7. Tang Q., Hu J., Qian S. et al. Eckart acoustic streaming in a heptagonal chamber by multiple acoustic transducers // Microfluid Nanofluid. 2017. V. 21, Iss. 28.
8. Gubaidullin D.A., Osipov P.P., Nasyrov R.R. Numerical simulation of Schlichting streaming induced by standing wave in rectangular enclosure // Journal of Physics: Conference Series. 2014 V. 567. P. 012017.
9. Rosenberg L.D. Physical foundations of ultrasound technology / L.D. Rosenberg. Moscow: Nauka, 1970.
10. Hyun S., Lee D.R., Loh B.G. Investigation of convective heat transfer augmentation using acoustic streaming generated by ultrasonic vibrations // Int. J. Heat Mass Transf.. 2005. Vol. 48. P. 703–718.
11. Tamidi A.M., Lau K.K., Ng L.H., Yusof S.M.M., Azmi N., Zakariya S., Khalit S.H., Quek V.C. Numerical Modeling and Economic Analysis of Ultrasonic-Assisted CO2 Absorption Process for Offshore Application // Processes. 2023. Iss. 11. P. 3089.
12. Khmelev V., Shalunov A., Golykh R. Mathematical Simulation of the Influence of Acoustic on the Efficiency of PM 2.5 Coagulation // Mathematics. 2023. Vol. 12, Iss. 11. P. 692.

Khmelev Vladimir Nikolaevich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Honored Inventor of the Russian Federation, Deputy Director for scientific work, Biysk Technological Institute, (3854)432450, e-mail: vnh@mail.ru.

Shalunov Andrey Viktorovich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Director, Biysk Technological Institute, (3854)432450, e-mail: shalunov@bti.secna.ru.

Sinkin Alexander Andreevich – student of PS-21 group, Biysk Technological Institute, e-mail: vip.sinkin@inbox.ru.

Ovcharenko Alexander Grigoryevich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Biysk Technological Institute.